



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و30د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05 نقاط )

(1) عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9

(2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $k$ :  $10^k \equiv 1[9]$

(3) استنتج أن:  $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$

(4) أ) تحقّق أن:  $2^3 \equiv -1[9]$

ب) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث:  $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كلّ حالة من الحالات الأربعة الآتية،

مع التعليل:

(1)  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها 3 وحدّها  $u_2 = 1$ . الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  هو :

(أ)  $u_n = 1 + 3n$  (ب)  $u_n = 7 + 3n$  (ج)  $u_n = -5 + 3n$

(2)  $n$  عدد طبيعي. المجموع  $1 + 2 + 3 + \dots + n$  يساوي :

(أ)  $\frac{n^2 + n}{2}$  (ب)  $\frac{n(n-1)}{2}$  (ج)  $\frac{n^2 + 1}{2}$

(3)  $x$  عدد حقيقي. تكون الأعداد  $x-2$ ،  $x$ ،  $x+1$  بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية

إذا كان: (أ)  $x = 3$  (ب)  $x = 5$  (ج)  $x = -2$

(4)  $(v_n)$  متتالية هندسية معرفة على  $\mathbb{N}$ ، حدّها العام  $v_n = 2 \times 3^{n+1}$ . أساس المتتالية  $(v_n)$  هو :

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 6

## التمرين الثالث: (09 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$   
 ( $C_r$ ) المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) عيّن العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f(x) = \alpha - \frac{3}{x+2}$

(2) عيّن النقط من المنحني ( $C_r$ ) التي إحداثياتها أعدادًا صحيحة.

(3) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.

(4) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

(5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني ( $C_r$ ) مع حامل محوري الإحداثيات.

(6) أ) اكتب معادلة المماس ( $\Delta$ ) للمنحني ( $C_r$ ) عند النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $-1$

ب) بيّن أنه يوجد مماس آخر ( $\Delta'$ ) للمنحني ( $C_r$ ) يوازي المستقيم ( $\Delta$ ).

(7) ارسم المماس ( $\Delta$ ) والمنحني ( $C_r$ ).



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $v_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ؛  $v_{n+1} = 5v_n + 4$

(1) احسب:  $v_1$  ،  $v_2$  و  $v_3$

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ؛  $u_n = v_n + 1$

أ- بين أن ( $u_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $q = 5$  وحدها الأول  $u_0 = 2$

ب- اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

ج- حلّ العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية ( $u_n$ )

(3) أ- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث:  $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

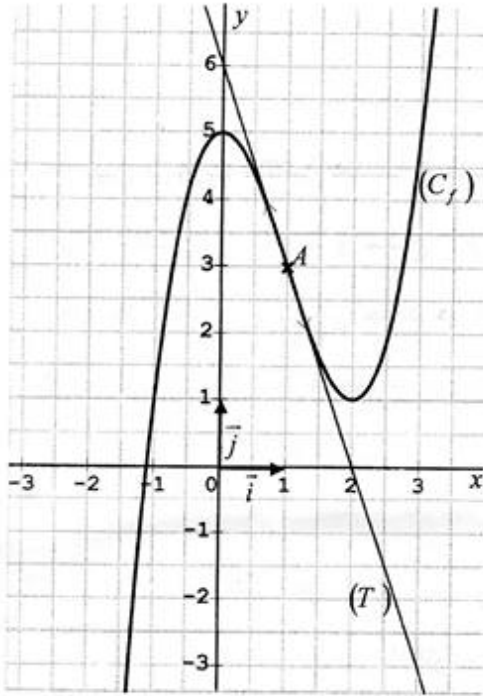
### التمرين الثاني: (06 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

الاقتراح (ج)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (أ)	
2	5	8	1 عدد قواسم العدد 1435 هو:
6	7	-1	2 إذا كان $a \equiv -1[8]$ فإن باقي قسمة $a$ على 8 هو:
3	4	2	3 العددين 1435 و 2014 متوافقان بترديد:
$x^9 + y^9 = 4[5]$	$x^9 + y^9 = 2[5]$	$x^9 + y^9 = 3[5]$	4 إذا كان $x \equiv 2[5]$ و $y \equiv 2[5]$ فإن:
$9 = 7[3]$	$9 = 7[2]$	$9 = 7[6]$	5 لدينا $21[6] \equiv 27$ إذن:

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

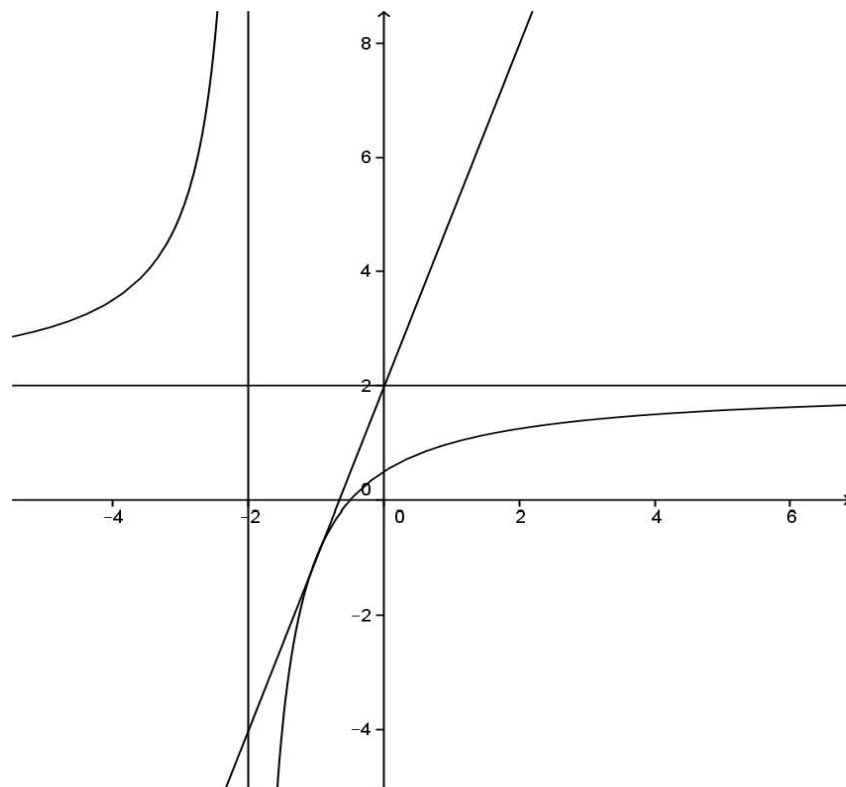
نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني  $(C_f)$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  و  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(1;3)$  كما في الشكل:  
 (I) بقراءة بيانية:



- (1) خمن نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$
  - (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  وشكل جدول تغيراتها.
  - (3) أ) اكتب معادلة للمماس  $(T)$   
 ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(T)$   
 ثم استنتج أن  $A$  هي نقطة الانعطاف للمنحنى  $(C_f)$
  - (4) عيّن حلول المتراجحة:  $f(x) > 5$
- (II) إذا علمت أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل:  
 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.
- (1) عيّن العددين  $a$  و  $b$
  - (2) تحقّق من صحة إجاباتك السابقة حول:
    - أ) اتجاه تغير الدالة  $f$
    - ب) معادلة المماس  $(T)$
    - ج) نقطة الانعطاف  $A$
    - د) حلول المتراجحة:  $f(x) > 5$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الأول</b>		
<b>التمرين الأول: ( 05 نقاط )</b>		
05	1	(1) باقي القسمة الاقليدية للعدد 28 على العدد 9 هو 1 .....
	2×0.5	(2) $10 \equiv 1[9]$ ومنه $10^k \equiv 1[9]$ .....
	2×0.5	(3) $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 4 + 3 + 2 + 1[9] \equiv 1[9]$ .....
	1	(4) أ) $2^3 + 1 = 9 \equiv 0[9]$ لأن $2^3 \equiv -1[9]$ .....
	1	ب) تعيين قيم $n$ : $n = 9k$ حيث $k \in \mathbb{N}$ .....
<b>التمرين الثاني: ( 06 نقاط )</b>		
06	0.5	1. الجواب الصحيح : ج) $u_n = -5 + 3n$ .....
	1	التعليل : $u_n = u_2 + (n-2)r$ أو 2 تحقق : $u_n = -5 + 3n$ .....
	0.5	2. الجواب الصحيح : أ) $\frac{n^2 + n}{2}$ .....
	1	التعليل : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$ .....
	0.5	3. الجواب الصحيح : ج) $x = -2$ .....
	1	التعليل : $x^2 = (x+1)(x-2)$ تكافئ $x = -2$ .....
	0.5	4. الجواب الصحيح : ب) 3 .....
	1	التعليل : $v_{n+1} = 3v_n$ .....
<b>التمرين الثالث: ( 09 نقاط )</b>		
09	0.5	(1) $\alpha = 2$ .....
	4×0.25	(2) $x + 2$ يقسم 3 وقواسم 3 في $\mathbb{Z}$ هي : $\{-3; -1; 1; 3\}$ ومنه $\{-5; -3; -1; 1\}$ وبالتالي: $B_1(-5, 3), B_2(-3, 5), B_3(-1, -1), B_4(1, 1)$ .....
	2×0.5	(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ .....
	2×0.5	$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ .....
	2×0.25	التفسير الهندسي: $x = -2$ و $y = 2$ معادلنا مستقيمين مقاربين .....

1	..... $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ (أ) (4
0.5	..... (ب) جدول التغيرات :
2×0.25	..... (5) إحداثيات نقط تقاطع المنحني $C_f$ مع محوري الإحداثيات . ..... $N\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ و $M\left(0, \frac{1}{2}\right)$
1	..... (6). (أ) معادلة المماس $\Delta : y = 3x + 2$
0.5	..... (ب) $f'(x) = 3$ تكافئ $x = -3$ أو $x = -1$
1+0.5	..... (7) رسم $\Delta$ والمنحني $C_f$



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الثاني</b>		
<b>التمرين الأول: ( 06 نقاط )</b>		
06	0.75	..... $v_3 = 249$ ، $v_2 = 49$ ، $v_1 = 9$ (1
	1	..... $u_0 = 2$ ، $q = 5$ ، $u_{n+1} = 5u_n$ (أ (2
	2×0.5	..... $v_n = 2 \times 5^n - 1$ ، $u_n = 2 \times 5^n$ (ب
	0.75	..... $1250 = 2 \times 5^4$ (ج
	0.75	..... $u_4 = 1250$ أي: $n = 4$ ومنه $2 \times 5^n = 2 \times 5^4$
	1	..... $S_n = \frac{1}{2}(5^n - 1)$ (أ (3
0.75	..... $S'_n = \frac{1}{2}(5^n - 1) - n$ (ب	
<b>التمرين الثاني: ( 06 نقاط )</b>		
06	1+0.5	(1 الإجابة أ التبرير: $1435 = 5 \times 7 \times 41$ ومنه عدد القواسم $8 = 2 \times 2 \times 2$ أو إيجاد مجموعة القواسم وعدّها
	0.5+0.5	(2 الإجابة ب التبرير: $a \equiv -1[8]$ ومنه $a \equiv 7[8]$
	0.5+0.5	(3 الإجابة ج التبرير: $2014 - 1435 = 3 \times 193$
	1+0.5	(4 الإجابة ج التبرير: $x^9 = 2[5]$ و $y^9 = 2[5]$ ومنه $x^9 + y^9 \equiv 4[5]$
	0.5+0.5	(5 الإجابة ب التبرير: $9 \times 3 \equiv 7 \times 3[2 \times 3]$ ومنه $9 \equiv 7[2]$
<b>التمرين الثالث: ( 08 نقاط )</b>		
08	0.5+0.5	..... (1. التخمين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	0.75	(2 اتجاه التغير: $f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0; 2]$
	0.5	..... جدول التغيرات:
	0.75	(3 أ) معادلة $(T)$ : $y = -3x + 6$ ، معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامل التوجيه $-3$
	0.50	(ب) دراسة الوضعية: $(C_f)$ أسفل $(T)$ على المجال $]-\infty; 1[$ ، $(C_f)$ أعلى $(T)$ على المجال $]1; +\infty[$ و $(C_f)$ يقطع $(T)$ في $A$
	0.25	..... نقطة الانعطاف: $(T)$ يخترق $(C_f)$ في $A$ ومنه $A$ نقطة الانعطاف
0.5	(4 مجموعة حلول المترابحة هي $]3; +\infty[$	

0.5+0.5	..... $b=5$ ، $a=-3$ (1. II)
	(2) أ) $f'(x) = 3x^2 - 6x$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad 2 \quad + \quad +\infty}$
1	$f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على $[0; 2]$ ....
0.5	ب) معادلة $(T)$ : $y = f'(1)(x-1) + 3$ أي: $y = -3x + 6$ .....
0.75	ج) $f'(x) = 6x - 6$ وإشارته $\xrightarrow{-\infty \quad - \quad 1 \quad + \quad +\infty}$ .....
	ومنه $A(1; 3)$ نقطة انعطاف.....
0.5	د) $f(x) > 5$ تكافئ $x^2(x-3) > 0$ ومنه $x > 3$ أي: $S = ]3; +\infty[$ .....