الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2016**

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 2^0، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 و 2^4 على العدد 5 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون : $2^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2016} على العدد 5 .

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $u_n = 3n - 2$.

1) احسب u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3.

2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية و عيّن أساسها .

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) بيّن أنّ العدد 1954 حدّ من حدود المتتالية (u_n) و عيّن رتبته.

5) أ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عيّن العدد n بحيث يكون : $S_n = 328$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \dfrac{4-x}{x+1}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما -5 يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4) أنشئ المماسين (T_1) و (T_2) و المنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^3 على 9 .

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.

جـ) ادرس حسب قيّم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9 .

د) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2015^{2016} على 9 .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $8^{2n} \equiv 1[9]$.

ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدّها الأول u_0 وتحقّق: $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$.

1) احسب الحد الأوّل u_0.

2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n.

3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $u_n = 145$.

4) احسب المجموع S بحيث: $S = u_0 + u_1 + ... + u_{49}$.

5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة: $v_n = 2u_n + 3$.

احسب المجموع S' بحيث: $S' = v_0 + v_1 + ... + v_{49}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = (3x-3)(x-3)$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكِّل جدول تغيّراتها.

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 2.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) - (-3x+8) = (x-2)^3$.

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المماس (T).

د) برِّر أنّ E نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = x(x-3)^2$.

ب) جِد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(4)$ ثم أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f).

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (**06** نقاط)		
1. أ) $4^3 \equiv 1[9]$.	**01**	
ب) $4^{3k} \equiv 1[9]$	**01**	
جـ) $4^{3k} \equiv 1[9]$ ، $4^{3k+1} \equiv 4[9]$ ، $4^{3k+2} \equiv 7[9]$	**01**	**06**
د) $2015 \equiv -1[9]$ ومنه $2015^{2016} \equiv 1[9]$	**01**	
2. أ) $8^2 \equiv 1[9]$ و منه $8^{2n} \equiv 1[9]$	**01**	
ب) $8^{2n} + 4^n + 1 \equiv 4^n + 2[9]$ و منه $4^n \equiv 7[9]$ ومنه $n = 3k + 2$ حيث $k \in \mathbb{N}$.	**01**	
التمرين الثاني: (**06** نقاط)		
1. $4u_0 + 6r = 10$ ومنه $u_0 = -2$	**01,50**	
2. من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3n - 2$.	**01,50**	
3. $n = 49$.	**0,50**	**06**
4. $S = 3575$.	**01**	
5. $S' = 7300$.	**01,50**	
التمرين الثالث: (**08** نقاط)		
1. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.	**01**	
2. أ) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.	**0,50**	
ب) استنتاج اتجاه التغيّر وتشكيل جدول التغيّرات.	**01**	
3. أ) معادلة المماس $(T): y = -3x + 8$.	**01**	
ب) تبيان المساواة : $f(x) - (-3x + 8) = (x - 2)^3$.	**01**	**08**
جـ) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) .	**0,50**	
د) المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) و يغير وضعيته في النقطة $E(2;2)$.	**0,50**	
4. أ) تبيان المساواة: $f(x) = x(x-3)^2$.	**0,50**	
ب) نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هما: $O(0;0)$ ، $A(3;0)$	**01**	
5. انشاء المماس (T) و المنحنى (C_f) .	**01**	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (**05** نقاط)		
1. $2^0 \equiv 1[5]$ ، $2 \equiv 2[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$ ، $2^3 \equiv 3[5]$ ، $2^4 \equiv 1[5]$.	**01,25**	**05**
2. أ) $2^4 \equiv 1[5]$ ومنه $2^{4n} \equiv 1[5]$	**01**	
ب) $2016 = 4 \times 504$ اذن $2^{2016} \equiv 1[5]$.	**0,75**	
3. . لدينا $2^{2016} \equiv 1[5]$ ومنه $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$ معناه $n + 3 \equiv 0[5]$ أي $n \equiv 2[5]$ $n = 5k + 2 \ (k \in \mathbb{N})$.	**02**	
التمرين الثاني: (**07** نقاط)		
1. حساب الحدود $u_0 = -2$ ، $u_1 = 1$ ، $u_2 = 4$ ، $u_3 = 7$	**01**	**07**
2. (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 3$ لأنّ $u_{n+1} - u_n = 3$.	**01,50**	
3. اتجاه تغير المتتالية : متزايدة تماما $r > 0$	**0,50**	
4. نضع $u_n = 1954$ معناه $n = 652 \in \mathbb{N}$ إذن 1954 حد من حدود المتتالية رتبته 653.	**01,50**	
5.أ) المجموع S_n : $S_n = \frac{(n+1)}{2}(3n-4)$.	**01,50**	
ب) $s_n = 328$ يعني $\frac{(n+1)}{2}(3n-4) = 328$ ومنه $3n^2 - n - 660 = 0$ ، $(n = 15)$.	**01**	
التمرين الثالث: (**08** نقاط)		
1. **أ.** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$	**01,5**	**08**
ب. الاستنتاج: (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين : $x = -1$ ، $y = -1$.	**01**	
2. اتجاه تغير الدالة f ، جدول تغيراتها .	**01** **0,50**	
3. $f'(x) = -5$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$. كتابة معادلتي المماسين (T_1) و (T_2) : $(T_1): y = -5x + 4$ ، $(T_2): y = -5x - 16$	**02**	
4. إنشاء المماسين (T_1)، (T_2) و المنحنى (C_f).	**02**	