



## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2015

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04,5 نقطة)**

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛  
 نعتبر النقط  $A(2;1;0)$  ،  $B(1;2;2)$  ،  $C(3;3;1)$  و  $D(1;1;4)$  .  
 (1) تحقق أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا وأن  $x - y + z - 1 = 0$  معادلة ديكارتية له.  
 (2) بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع ، ثم تحقق أن مساحته هي  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  وحدة مساحة.  
 (3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  العمودي على المستوي  $(ABC)$  والذي يشمل النقطة  $D$  .  
 (4) النقطة  $E$  هي المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$   
 أ) عين إحداثيات النقطة  $E$  ثم احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$  .  
 ب) عين مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان  $(ABC)$  في النقطة  $E$  ونصف قطر كل منهما  $\sqrt{3}$  .  
 (5) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  .

**التمرين الثاني: (04,5 نقطة)**

- (I) عين العددين المركبين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث : 
$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = -3 \\ 2\bar{\alpha} + \bar{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$$
 مع  $\bar{\alpha}$  مرافق  $\alpha$  و  $\bar{\beta}$  مرافق  $\beta$  .  
 (II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  ،  $A$  ،  $B$  و  $C$  النقط التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_A = z_C \cdot e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{و} \quad z_B = \bar{z}_A \quad , \quad z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- (1) أ) اكتب  $z_C$  و  $z_A$  على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$  حقيقيا سالبا .

ب) تحقق أن العدد المركب  $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435}$  حقيقي .

(2)  $D$  النقطة ذات اللاحقة  $z_D = 1+i$  .

- أ) حدّد النسبة وزاوية للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $O$  ويحوّل  $D$  إلى  $A$  .



(ب) اكتب  $\frac{z_A}{z_D}$  على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من:  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .

(3) عيّن مجموعة النقط  $M$  ذات اللاهقة  $z$  التي تحقّق:  $z = k(1+i)e^{i\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$  حيث  $k$  يمسح  $\mathbb{R}^+$ .

### التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرّفة بـ:  $u_0 = e^2 - 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = (1+u_n)e^{-2} - 1$ .

(1) احسب  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$ .

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1+u_n > 0$ .

(3) بيّن أن المتتالية ( $u_n$ ) متناقصة. هل هي متقاربة؟ علّل.

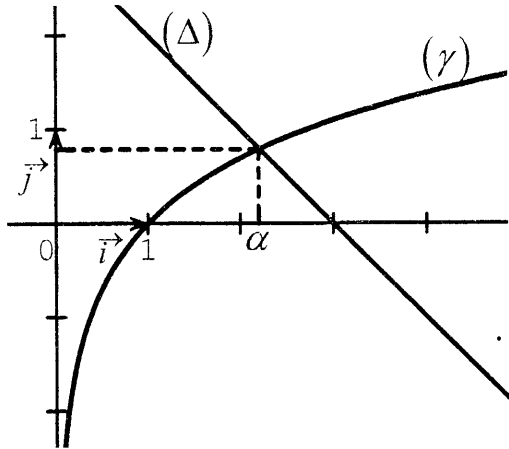
(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = 3(1+u_n)$ .

(أ) أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) اكتب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(ج) بيّن أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(-n+2 + \ln 3)$ .

### التمرين الرابع: (06,5 نقطة)



المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(I) ( $\gamma$ ) التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto \ln x$  و ( $\Delta$ ) المستقيم ذو المعادلة

$y = -x + 3$ ;  $\alpha$  هي فاصلة نقطة تقاطع ( $\Delta$ ) و ( $\gamma$ ).

(1) بقراءة بيانية حدّد وضعية ( $\gamma$ ) بالنسبة إلى ( $\Delta$ ) على  $]0; +\infty[$ .

(2)  $g$  الدالة المعرّفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x - 3 + \ln x$ .

استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(3) تحقّق أن:  $2,2 < \alpha < 2,3$ .

(II)  $f$  الدالة المعرّفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$  و ( $C_f$ ) تمثيلها البياني.

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

(2) أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ; ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) بيّن أن:  $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ; ثم استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$ .

(4) ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل؛ ثم أنشئ ( $C_f$ ) على المجال  $]0; e^2]$ .

(III)  $F$  الدالة الأصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تحقّق:  $F(1) = -3$ .

(1) بيّن أن منحنى الدالة  $F$  يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما.

(2) بيّن أن  $x \mapsto x \ln x - x$  هي دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \ln x$  على  $]0; +\infty[$ ; ثم استنتج عبارة الدالة  $F$ .



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ؛
- نعتبر النقط  $A(2; 4; 1)$  ،  $B(0; 4; -3)$  ،  $C(3; 1; -3)$  و  $D(1; 0; -2)$  .
- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية:
- (1) النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.
  - (2)  $2x + 2y - z - 11 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$  .
  - (3) النقطة  $E(3; 2; -1)$  هي المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$  .
  - (4) المستقيمان  $(AB)$  و  $(CD)$  من نفس المستوي.
- $$(5) \quad \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t - 1 \\ z = -t - 1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$
- تمثيل وسيطي للمستقيم  $(CD)$  .
- (6) يوجد عدنان حقيقيان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث النقطة  $I\left(\frac{3}{5}; 4; -\frac{9}{5}\right)$  مرجح الجملة  $\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$  .

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

- في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لاحقاتها على الترتيب:  $z_A$  ،  $z_B$  و  $z_C$  حيث:  $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$  ،  $z_B = -\overline{z_A}$  و  $z_C = -(z_A + z_B)$  ،  $(z_A)$  هو مرافق  $(z_A)$  .
- (1) أ) اكتب كلا من العددين المركبين  $z_C$  و  $z_B$  على الشكل الأسّي .
  - ب) استنتج أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تنتمي إلى دائرة  $(\gamma)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
  - ج) أنشئ الدائرة  $(\gamma)$  والنقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  .
- $$(2) \quad \text{أ) تحقق أن: } \frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$$
- ب) استنتج أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع وأن النقطة  $O$  مركز ثقل هذا المثلث.
- ج) عيّن وأنشئ  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحة  $z$  حيث:  $|z| = |z - \sqrt{3} - i|$  .
- (3) أ) عيّن زاوية للدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  ويحول  $C$  إلى  $A$  .
  - ب) أثبت أن صورة  $(E)$  بالدوران  $r$  هي محور القطعة  $[OB]$  .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (I) الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني.
- (1) عيّن اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$  .



(2) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(D)$  ذي المعادلة  $y = x$ .

(3) مثل  $(C_f)$  و  $(D)$  على المجال  $[0;6]$ .

(II) نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين على  $\mathbb{N}$  كما يلي:

$$\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود:  $u_0, u_1, u_2, u_3$  و  $v_0, v_1, v_2, v_3$  دون حسابها.

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب كل من المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

(2) (أ) أثبت أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $2 \leq u_n < \alpha$  و  $\alpha < v_n \leq 5$  حيث:  $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ .

(ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

(3) (أ) أثبت أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$ .

(ب) بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ .

(ج) استنتج أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$ ؛ ثم حدّد نهاية كل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$ .

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

(I)  $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن:  $0,36 < \alpha < 0,37$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(II)  $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(I) (أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$ .

(ب) استنتج أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; -\alpha]$  و متزايدة تماما على  $[-\alpha; +\infty[$ .

(2) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(4) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -x + 1$ .

(5) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ  $f(-\alpha) \approx 0,1$ .

(6) (أ) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$ .

(ب) استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04,5 نقطة		التمرين الأول: (04,5 نقطة)	
	0,75	1. النقط $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية لأن $\overline{AB}(-1;1;2) \wedge \overline{AC}(1;2;1)$	
	0,5	إحداثيات النقط تحقق المعادلة $x - y + z - 1 = 0$	
	0,5	2. المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع ، $AB = AC = BC = \sqrt{6}$	
	0,5	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{3\sqrt{3}}{2} ua$	
	0,5	3. التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta)$ هو: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=4+t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$	
	0,5	4. أ. $E(0;2;3) \in (\Delta) \cap (ABC)$ ومنه $E(0;2;3)$	
	0,5	أو $d(D; (ABC)) = \sqrt{3}$ أو $ED = \sqrt{3}$	
	0,25	ب. - المركزان هما $D$ و $D'(-1;3;2)$ نظيرة $D$ بالنسبة إلى $E$	
	0,5	5. $V_{ABCD} = \frac{3}{2} uv$	
04,5 نقطة		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)	
	0,5	(I) $\beta = i\sqrt{3}$ ، $\alpha = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$	
	0,75	(II) 1. أ. $z_C = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,25	ب. $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{3}}$ ومنه $\frac{n\pi}{3} = (2k+1)\pi$ ؛ $n = 6k+3; k \in \mathbb{N}$	
	0,25	ب. $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2015} + \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962} - \left(\frac{z_C}{\sqrt{3}}\right)^{1435} = -\sqrt{3} - 1$ وهو عدد حقيقي	
	0,75	2. أ. $\frac{z_A}{z_D} = \sqrt{\frac{3}{2}}e^{i\frac{7\pi}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ؛ النسبة $\frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{7\pi}{12}$ زاوية له	
	0,75	ب. $\frac{z_A}{z_D} = \frac{\sqrt{3}-3}{4} + i\frac{\sqrt{3}+3}{4}$	
	1	3. $\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ، $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	
	0,25	3. مجموعة النقط $M$ هي نصف مستقيم $[OA)$ $(z = \sqrt{2}ke^{i\frac{5\pi}{6}})$ مع $k \in \mathbb{R}^+$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
4,50 نقطة		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
		1	1. $u_1 = 0$ ، $u_2 = e^{-2} - 1$ و $u_3 = e^{-4} - 1$ .
	0,75		2. إثبات أن: $1 + u_n > 0$ باستعمال البرهان بالتراجع
	0,5		3. $(u_n)$ متناقصة تماما $u_{n+1} - u_n = (e^{-2} - 1)(1 + u_n) < 0$
	0,25		$(u_n)$ متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد -1
	01		4. أ. $v_{n+1} = e^{-2} v_n - 1$ ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية ، $q = e^{-2}$ ، $v_0 = 3e^2$ .
	0,25		ب. $v_n = 3e^{-2n+2}$
	0,25		$u_n = e^{-2n+2} - 1$
	0,25		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$
	0,25		ج. $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(\ln 3 + 2 - n)$
06,5 نقطة		التمرين الرابع: (06,5 نقطة)	
	0,5		1. (I) الوضع النسبي لـ $(\Delta)$ و $(\gamma)$
	0,5		2. $g(x) < 0$ لـ $x \in ]0; \alpha[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in ]\alpha; +\infty[$ و $g(\alpha) = 0$
	1		3. $g(2,2) \approx -0,0115$ ، $g(2,3) \approx 0,13$ ومنه $g(2,2) \times g(2,3) < 0$
	0,5		1. (II) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0,5		2. التحقق من $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
	0,25		جدول التغيرات
	0,5		3. $f(\alpha) = \frac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$
	0,25		$-0,768 < f(\alpha) < -0,626$ يقبل أي حصر صحيح
	0,75		4. $(C_f)$ فوق محور الفواصل على كل من $]0; 1[$ و $]e^2; +\infty[$ وتحتته على $]1; e^2[$ ويتقاطعان في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و $e^2$ .
	0,5		إنشاء المنحنى على المجال $]0; e^2[$
	0,25		1. (III) $F'(x) = f(x) = 0$ ومنه $x = 1$ أو $x = e^2$ .
	0,5		2. $u(x) = x \ln x - x$ ومنه $u'(x) = \ln x$
0,5		عبارة $F(x) = (2+x) \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2 - 3x$ : $F(x)$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0,75	1. صحيح : $\overline{AB}(-2;0;-4) \wedge \overline{AC}(1;-3;-4)$	
	0,75	2. صحيح : إحداثيات النقط تحقق المعادلة $2x + 2y - z - 11 = 0$	
	0,75	3. خطأ : الشعاع $\overline{DE}(2;2;1)$ ليس ناظميا للمستوي $(ABC)$	
	0,5	4. خطأ : $D$ لا تنتمي إلى المستوي $(ABC)$	
	0,75	5. صحيح : إحداثيات النقطتين $C$ و $D$ تحقق التمثيل الوسيطى	
	0,5	6. صحيح : لأن النقط $A, B, I$ في استقامية أو $(3\overline{IA} + 7\overline{IB} = \overline{0})$	
05 نقاط		التمرين الثاني: (05 نقاط)	
	1	1. أ. $z_C = 2e^{i\frac{3\pi}{2}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$	
	0,5	ب. $ z_A  =  z_B  =  z_C  = 2$ إذا $A, B, C$ تنتمي إلى $(\gamma)$ التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2	
	0,5	ج. - الإنشاء	
	0,75	2. أ. التحقق أن: $\frac{z_B - z_C}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$	
	0,5	ب. المثلث متقايس الأضلاع $(\overline{AB}; \overline{CB}) = -\frac{\pi}{3}$ و $AB = BC$	
	0,25	$O$ مركز ثقله $(z_A + z_B + z_C = 0)$ أو مركز الدائرة المحيطة به هي مركز ثقله	
	0,75	ج. - $(E)$ هي محور $[OA]$ مع الإنشاء	
03 نقاط	0,5	3. أ. $\frac{z_A}{z_C} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ إذا $\frac{2\pi}{3}$ زاوية للدوران $r$ .	
	0,25	ب. $r(A) = B$ و $r(O) = O$ و $r$ يحافظ على المنتصفات وعلى التعامد ومنه صورة $(E)$ هي محور $[OB]$ بـ $r$ أو أية طريقة أخرى.	
		التمرين الثالث: (05 نقاط)	
	0,5	1. (I) $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$	
0,5	2. $f(x) - x = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ ؛ $f(\alpha) = \alpha$ حيث $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ على $]0; \alpha[$ ، $(C_f)$ فوق $(D)$ ؛ وعلى $]\alpha; +\infty[$ ، $(C_f)$ تحت $(D)$ ويتقاطعان في $A(\alpha; \alpha)$ .		
0,75	3. الرسم		
0,75	1. (II) أ. تمثيل الحدود		
0,5	ب. $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة ؛ $(v_n)$ متناقصة تماما ومتقاربة		

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
02 نقاط	0,5	2. أ - إثبات بالتراجع لكل $n$ من $\mathbb{N}$ : $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ أو أية طريقة أخرى	
	0,5	ب - استنتاج اتجاه التغير	
	0,25	3. أ - إثبات $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$	
	0,25	ب - تبيان $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	
	0,25	ج - استنتاج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \alpha$	
06 نقاط		التمرين الرابع (06 نقاط)	
	0,75	1.(I) $g'(x) = -2(1 + e^{2x-2}) < 0$ ومنه $g$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$	
	0,5	2. $g$ مستمرة متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و $g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$	
	0,5	$g(0,37) \approx -0,02$ ؛ $g(0,36) \approx 0,002$	
	0,5	3. $g(x) < 0$ لـ $x \in ]\alpha; +\infty[$ و $g(x) > 0$ لـ $x \in ]-\infty; \alpha[$ و $g(\alpha) = 0$	
	0,5	1.(II) أ - $f'(x) = e^{2x+2} g(-x)$	
	0,25	ب - $g(-x) < 0$ لـ $x \in ]-\infty; -\alpha[$ و $g(-x) > 0$ لـ $x \in ]-\alpha; +\infty[$ و $f'(-\alpha) = 0$	
	0,25	$f$ متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha[$ و متزايدة تماما على $]-\alpha; +\infty[$ .	
	0,5	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25	جدول التغيرات	
	0,25	3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x - 1) = 0$	
	0,25	$(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -x + 1$	
	0,25	4. $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $]0; +\infty[$ وتحتة على $]-\infty; 0[$	
	0,5	5. إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$	
	0,5	6. أ - لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$	
0,25	ب - $F(x) = \frac{1}{2} \left[ -f(x) + f'(x) + x - x^2 - \frac{3}{2}e^{2x+2} \right]$ أي $F(x) = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right) e^{2x+2} - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ حيث $F$ دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$ .		

ملاحظة: تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط.