



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

نعتبر النقط  $A(0; -1; 2)$ ،  $B(3; 2; 5)$ ،  $C(3; -1; -1)$  و  $D(-3; 5; -1)$ .

ليكن  $(P)$  و  $(Q)$  المستويين اللذان معادلتاهما على الترتيب:  $x + y + z - 1 = 0$  و  $x - z + 2 = 0$ .

(1) بين أن المثلث  $ABC$  قائم، ثم عيّن معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ .

(2) أ) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعامدان ثم جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$ ، تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$ .

ب) عيّن تقاطع المستويات  $(P)$ ،  $(Q)$  و  $(ABC)$ .

(3) تحقّق أن  $A$  هي المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $DABC$ .

(4) بين أن  $\frac{\pi}{4}$  قيس بالراديان للزاوية  $B\hat{D}C$ ، ثم استنتج المسافة بين النقطة  $A$  والمستوي  $(BDC)$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد  $3^n$  على 5.

(2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $1437^{2017}$  على 5.

(3) برهن أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $(48^{4n+3} - 2 \times 9^{2n+1} + 1)$  مضاعف للعدد 5.

(4) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون العدد  $(3^{4n} + 27^n - 4)$  قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول المركب  $z$  الآتية:  $(z-4)(z^2 - 2z + 4) = 0$ .

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي لاحقاتها  $z_A = 4$ ،  $z_B = 1 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = 1 - i\sqrt{3}$ .

(1) اكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .



(2) أ) عيّن لاحقة النّقطة  $D$  صورة  $B$  بالدوران  $r$  الذي مركزه المبدأ  $O$  وزاويته  $\frac{2\pi}{3}$ .

ب) عيّن طبيعة الرباعي  $ABDC$ .

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، نضع:  $z_n = (z_B)^n + (z_C)^n$ .

أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $z_n = 2^{n+1} \times \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$ .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $t_n = z_{6n}$ .

- عبّر عن  $t_n$  بدلالة  $n$  ثمّ احسب  $P_n$  بدلالة  $n$  حيث  $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ .

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $g$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,71 < \alpha < 1,72$  ثمّ استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$ .

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $f$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم ( $\Delta$ ) ذا المعادلة  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  مقارب مائل للمنحنى ( $C_f$ ).

ب) ادرس وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم ( $\Delta$ ).

(3) " نقبل أنّ  $f(\alpha) \approx 0,87$  و  $f(\beta) = 0$  و  $f(\gamma) = 0$  حيث  $0,76 < \beta < 0,78$  و  $4,19 < \gamma < 4,22$ ."

- أنشئ في المعلم السابق المستقيم ( $\Delta$ ) والمنحنى ( $C_f$ ).

(4) ليكن  $\lambda$  عدد حقيقي حيث  $1 < \lambda \leq e$ ، نرمز بـ  $\mathcal{A}(\lambda)$  إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى ( $C_f$ )

والمستقيم ( $\Delta$ ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  $x = \lambda$  و  $x = 1$ .

أ) احسب  $\mathcal{A}(\lambda)$  بدلالة  $\lambda$ .

ب) عيّن قيمة  $\lambda$  حيث  $\mathcal{A}(\lambda) = \frac{1}{2}\text{cm}^2$ .



## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(1;1;-1)$ ،  $B(1;7;-3)$  و  $I(0;1;-2)$  والشعاع  $\vec{v}(2;0;2)$ ،  $(\Delta_1)$  المستقيم الذي يشمل النقطة  $A$  و شعاع توجيه له و  $(\Delta_2)$  المستقيم المعرف

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{بالتمثيل الوسيطى}$$

(1) بين أن  $A$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta_2)$  و أن  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  غير متطابقين.

(2) ليكن  $(P)$  المستوي المعين بالمستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .

$$\text{- بين أن الجملة: } (\alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}) \quad \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + 2\beta \\ y = 1 - \alpha \\ z = -1 - 4\alpha + 2\beta \end{cases} \text{ تمثل وسيطى للمستوي } (P).$$

(3) أثبت أن  $I$  هي المسقط العمودي للنقطة  $B$  على المستوي  $(P)$ .

(4) لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء حيث  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 14y + 6z + 21 = 0$ .

(أ) بين أن  $(S)$  سطح كرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

(ب) تحقق أن المستوي  $(P)$  يمس  $(S)$  في نقطة يطلب تعيينها.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة ب:  $u_1 = \frac{1}{a}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم ،  $u_{n+1} = \frac{n+1}{an} u_n$

حيث  $a$  عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2.

(1) (أ) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $u_n > 0$ .

(ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم ،  $v_n = \frac{1}{an} u_n$ .

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{a}$  وعين حدّها الأول  $v_1$  بدلالة  $a$ .

(ب) جد بدلالة  $n$  و  $a$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(3) احسب بدلالة  $n$  و  $a$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$

ثم عين قيمة  $a$  حيث  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$



التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  الآتية:  $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$ .

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي لاحتقاتها  $z_A = -1 + \sqrt{3}$ ،  $z_B = -1 - i\sqrt{3}$  و  $z_C = \bar{z}_B$ .

(1) بين أن  $(z_B - z_A) = i(z_C - z_A)$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  واحسب مساحته.

(2) أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب  $L$  حيث  $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$ .

ب) بين أن:  $L = \frac{\sqrt{6}}{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$  ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ  $\tan \frac{\pi}{12}$ .

(3) نعتبر التحويل النقطي  $S$  الذي يحول النقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  إلى النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  والمعروف

$$z' = (z - z_B)L + z_B$$

- بين أن  $S$  تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة.

(4) لتكن النقط  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$  صور النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  على الترتيب بالتحويل  $S \circ S$ .

- احسب مساحة المثلث  $A'B'C'$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$ .

- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$ .

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1cm$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) أ) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$  ثم استنتج معادلة لـ  $(\Delta)$ ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى ( $C_f$ ).

ب) أدرس وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(3) اثبت أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسا وحيدا ( $T$ ) يوازي  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.

(4) باستعمال المنحنى ( $C_f$ )، عيّن قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x) = x + m$  حلين مختلفين.

(5) ليكن  $\alpha$  عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـ  $\mathcal{A}(\alpha)$  إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى ( $C_f$ )

وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب:  $y = x + 1$ ،  $x = -1$  و  $x = \alpha$ .

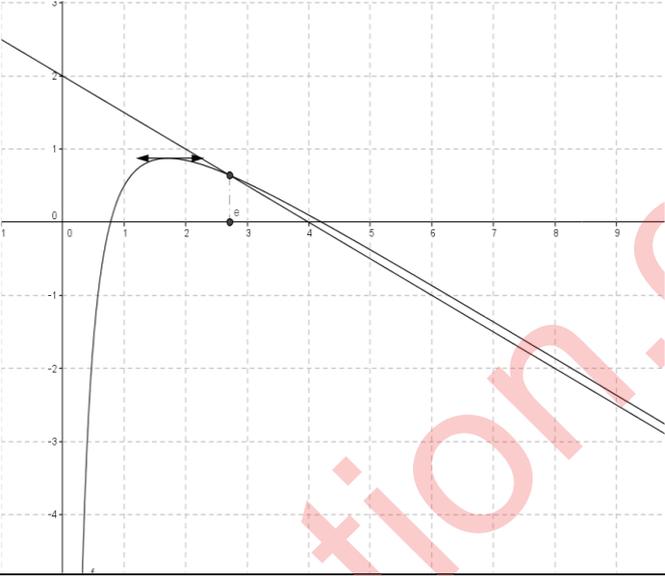
- احسب  $\mathcal{A}(\alpha)$  بدلالة  $\alpha$  ثم  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$ .

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

### الموضوع الأول

التمرين الأول : (04نقاط)		
01	0.25	(1) تبين أن المثلث $ABC$ قائم: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ تعيين شعاع ناظم $\vec{n}(1, -2, 1)$ معادلة ديكرتية للمستوي $(ABC)$ $x - 2y + z - 4 = 0$
	0.50	
	0.25	
01.25	0.25	(2) أ) تبين أن المستويين $(P)$ و $(Q)$ متعامدان. التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(P)$ و $(Q)$ ب) تعيين تقاطع المستويات $(P)$ ، $(Q)$ ، و $(ABC)$ : $(ABC) \cap (P) \cap (Q) = (ABC) \cap (\Delta) = \{A(0; -1; 2)\}$
	0.50	
	0.50	
0.75	0.25	(3) التحقق أن $A$ هي المسقط العمودي للنقطة $D$ على المستوي $(ABC)$ . حساب حجم رباعي الوجوه $DABC$ : $V = 27u.v$
	0.50	
01	0.50	(4) تبين أن $\frac{\pi}{4}$ قيس بالراديان للزاوية $\hat{BDC}$ : $\cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}) = \frac{\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}}{DB \times DC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ استنتاج $h$ المسافة بين النقطة $A$ والمستوي $(BDC)$ : لدينا $V = \frac{1}{2} BD \times DC \times \sin(BDC) \times h$ إذن $h = 3$
	0.50	
	0.50	
التمرين الثاني : (04نقاط)		
01	0.25x4	(1) من أجل $k \in \mathbb{N}$ لدينا: $3^{4k} \equiv 1[5]; 3^{4k+1} \equiv 3[5]; 3^{4k+2} \equiv 4[5]; 3^{4k+3} \equiv 2[5]$
0.50	0.50	(2) $1437^{2017} \equiv 2[5]$
01	2x0.25	(3) لدينا: $48^{4n+3} \equiv 2[5]$ , $2 \times 9^{2n+1} \equiv 3[5]$ إذن: $48^{4n+3} - 2 \times 9^{2n+1} + 1 \equiv 0[5]$
	0.50	
1.50	4x0.25	(4) تعيين الأعداد الطبيعية $n$ حتى يكون العدد $(3^{4n} + 27^n - 4)$ قابلا للقسمة على 5: لدينا: $27^n = 3^{3n}$ إذن $3^{4n} + 27^n - 4 \equiv 0[5]$ تعني: $3^{3n} \equiv 3[5]$ أي $3n \equiv 1[4]$ بالتالي: $n = 4\alpha + 3, \alpha \in \mathbb{N}$
	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	4x0.25	(I) حل المعادلة: $\Delta = -12 = 12i^2$ , $z_0 = 4$ , $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ , $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$
01	0.50	(II) (1) الكتابة على الشكل الأسّي: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 1 \times e^{i\frac{\pi}{3}}$ المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع
	0.50	

العلامة		عناصر الإجابة							
مجموع	مجزأة								
01	0.50	(2) أ) لاحقة النقطة $D$ : $z_D = r(z_B) = -2$							
	0.50	ب) $ABDC$ معين .							
02	01	(3) أ) التبيان $z_n = z_A^n + z_B^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$							
	0.50	ب) التعبير عن $t_n$ بدلالة $n$ : $t_n = 2^{6n+1}$							
	0.50	$P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n = 2^{1+7+13+\dots+(6n+1)} = 2^{(n+1)(3n+1)}$							
التمرين الرابع: (07 نقاط)									
0.50	0.25x2	(I) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$							
01	2x0.25	(2) $g'(x) = \frac{-5+2 \ln x}{x^3}$ و إشارتها							
	2x0.25	اتجاه التغير و جدول التغيرات							
1.25	0.75	(3) بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ .							
	0.50	إشارة $g(x)$ : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	0	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	-	0
$x$	0	$\alpha$	$+\infty$						
$g(x)$	-	0	+						
01	2x0.25	(II) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$							
	2x0.25	ب) اتجاه التغير و جدول التغيرات							
01	0.25	(2) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) + \frac{1}{2}x - 2 \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\ln x - 1}{x} \right] = 0$							
	0.25	ب) وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ . من الجدول :							
	0.50	نستنتج : لما $(C_f) : x \in ]0; e[$ يقع تحت $(\Delta)$ و لما $x \in ]e; +\infty[$ يقع فوق $(\Delta)$ $(C_f) \cap (\Delta) = \{(e; f(e))\}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>e</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)-y</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	0	$e$	$+\infty$	$f(x)-y$	-	0
$x$	0	$e$	$+\infty$						
$f(x)-y$	-	0	+						

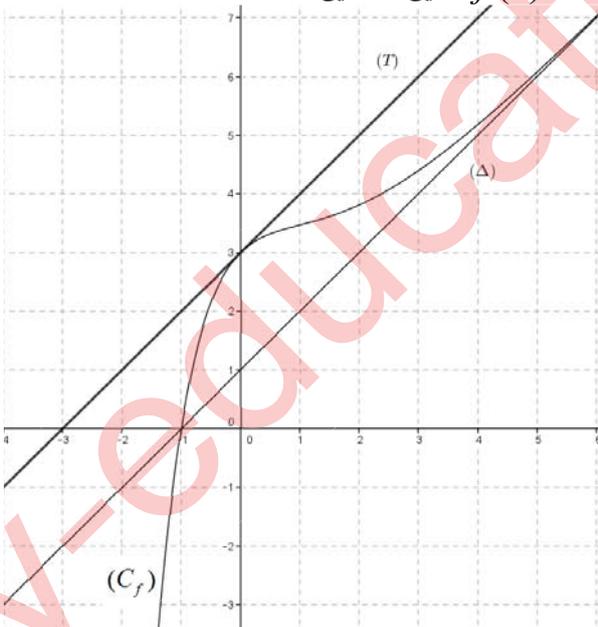
العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
0.75	0.25	<p>(3) رسم المستقيم <math>(\Delta)</math> تمثيل المنحنى <math>(C_f)</math></p> 
	0.50	
1.50	0.25	<p>(4) أ) حساب <math>A(\lambda)</math> بدلالة <math>\lambda</math>.</p> <p>لدينا : <math>A(\lambda) = \int_1^\lambda (y - f(x))dx = \int_1^\lambda \left(-\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}\right)dx</math></p> <p>أي : <math>A(\lambda) = \left[-\frac{1}{2}(\ln x)^2 + \ln x\right]_1^\lambda</math></p> <p>بالتالي : <math>A(\lambda) = \left(-\frac{1}{2}(\ln \lambda)^2 + \ln \lambda\right)cm^2</math></p>
	0.50	
	0.50	
	0.25	<p>ب) قيمة <math>\lambda : \lambda = e</math></p>

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

### الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04نقاط)		
01	0.50	(1) التَّحَقَّق أَنَّ النِّقْطَةَ $A$ تَنْتَمِي إِلَى الْمَسْتَوِيْمِ $(\Delta_2)$
	0.50	$(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ غير متطابقين
01	01	(2) تَبَيِّن أَنَّ الْجُمْلَةَ: تمثيل وسيطي للمستوي $(P)$ :
01	2x0.50	(3) إثبات أن $I$ هي المسقط العمودي للنقطة $B$ على المستوي $(P)$ .
		$I$ تنتمي إلى المستوي $(P)$ و $\overrightarrow{IB}$ ناظم للمستوي $(P)$ .
01	0.25	(4) أ) تَبَيِّن أَنَّ $(S)$ سطح كرة : $(\sqrt{38})^2 = (x-1)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2$
	0.25	$(S)$ مركزها $B$ و نصف قطرها $\sqrt{38}$
	0.25	ب) التَّحَقَّق أَنَّ الْمَسْتَوِي $(P)$ يَمَسُّ $(S)$ .
	0.25	تعيين نقطة التماس : هي النقطة $I$ .
التمرين الثاني : (04نقاط)		
01.50	0.75	(1) أ) إثبات بالتراجع أن من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}^*$ : $u_n > 0$
	0.50	ب) $(u_n)$ متناقصة تماما :
		لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-a)n+1}{an} u_n$ إذن : $u_{n+1} - u_n \leq 0$
0.25	المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.	
01.50	0.50	(2) أ) المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ لأن : $v_{n+1} = \frac{1}{a} v_n$ .
	0.25	حدها الأول $v_1 = \frac{1}{a^2}$
	3x0.25	ب) $v_n = \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a}\right)^{n-1} = \frac{1}{a^{n+1}}$ و $u_n = a \times n \times v_n = \frac{n}{a^n}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
01	0.50	(3) المجموع : $S_n = a(v_1 + v_2 + \dots + v_n) = \frac{1 - (\frac{1}{a})^n}{a - 1}$
	0.50	$a = 2017$ لما $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$
التمرين الثالث : ( 05 نقاط )		
01	4x0.25	(I) حل المعادلة : $\Delta = -12$ و $S = \{-1 + \sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}\}$
01	0.25	(II) (1) تبين أن : $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$
	0.50	المثلث $ABC$ قائم في $A$ و متساوي الساقين.
	0.25	و مساحته : $S_{ABC} = 3u.a$
1.50	0.25	(2) أ) الشكل الجبري العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_C} = \frac{\sqrt{3} + 3}{4} + i \frac{3 - \sqrt{3}}{4}$
	0.50	ب) تبين أن : $L = \frac{\sqrt{6}}{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$
	3x0.25	استنتاج $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ و $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ و $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
1.50	0.50	(3) تبين أن $S$ تشابه مباشر : $BM' = \frac{\sqrt{6}}{2} BM$ و $(\overline{BM}; \overline{BM'}) = \frac{\pi}{12}$
	3x0.25	عناصره المميزة : المركز هو $B$ النسبة هي $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ، زاوية له $\frac{\pi}{12}$
	0.25	مساحة المثلث $A'B'C'$ : $S_{A'B'C'} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^4 S_{ABC} = \frac{27}{4} u.a$
التمرين الرابع : ( 07 نقاط )		
0.75	0.25	(I) اتجاه تغير الدالة $g$ : من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $g'(x) = 2(x-1)e^{-x}$ .
	0.25	$g$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 1]$ و متزايدة تماما على المجال $[1, +\infty[$
	0.25	إشارة $g(x) > 0$ ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ ،
1.25	0.50	(II) (1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
	0.25 0.50	ب) اتجاه تغيّر الدالة $f$ : $f'(x) = g(x)$ ، $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و جدول تغيرات $f$
1.50	0.25	(2) أ) تبين أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$
	0.50	استنتاج معادلة لـ $(\Delta)$ : $y = x + 1$
	0.50 0.25	ب) $(C_f)$ يقع تحت $(\Delta)$ على المجال $]-\infty, -1[$ و $(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ على المجال $]-1, +\infty[$ و $(C_f) \cap (\Delta) = \{I(-1, 0)\}$
0.75	0.50	(3) إثبات أنّ $(C_f)$ يقبل مماسا وحيدا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ : $f'(x) = 1$ تكافئ $x = 0$
	0.25	معادلة $(T)$ : $y = x + 3$
1.75	0.75 0.25	(3) تعيين قيم $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x) = x + m$ حلّين مختلفين: رسم المنحنى $(\Delta)$ و $(C_f)$ . رسم $(T)$ :
	0.75	
	0.75	للمعادلة $f(x) = x + m$ حلّين مختلفين من أجل : $1 < m < 3$
01	0.25	$\mathcal{A}(\alpha) = \int_{-1}^{\alpha} (f(x) - (x+1)) dx$ (4)
	0.50	$\mathcal{A}(\alpha) = [-2(x+2)e^{-x}]_{-1}^{\alpha} = (-2(\alpha+2)e^{-\alpha} + 2e) cm^2$
	0.25	$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha) = 2e$