الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: **جوان 2012**

الشعب: **آداب وفلسفة + لغات أجنبية**

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: ساعتان ونصف

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 06 نقاط )

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل.

1. $n$ و $n'$ عددان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة $n$ على 3 هو 5.
2. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2012}$ على 7 هو 4. ( لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$ )
3. $n$ عدد صحيح حيث : $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.
4. $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-1\ ;\ +\infty[$ بالعبارة : $g(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$

$(C_g)$ التمثيل البياني للدالة $g$ في مستو منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

أ) $(C_g)$ يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2};\frac{4}{3}\right)$.

ب) المنحنى $(C_g)$ يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي $-2$ .

### التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

$a$ ، $b$ ، $c$ ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها $r$ حيث : $a + b + c = 9$

1. أ) احسب $b$ ثم اكتب $a$ و $c$ بدلالة $r$.

ب) علمًا أنّ : $a \times c = -16$

- عيّن الأساس $r$ ثم استنتج $a$ و $c$ .

2. $(u_n)$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -2$ و أساسها 5 .

أ) عبّر عن الحدّ العام $u_n$ بدلالة $n$.

ب) احسب $u_{15}$ ثم استنتج المجموع : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{15}$

3. $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $8v_n - u_n = 0$

- احسب المجموع : $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$

**التمرين الثالث: ( 08 نقاط )**

نعتبر الدّالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

$(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1. احسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها . ( $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$ )
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .
4. أ) اكتب معادلة للمستقيم $(\Delta)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 .

   ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x) - (3x - 5) = -(x-1)^3$

   ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$.
5. احسب $f(-1)$ ثمّ أنشئ المماس $(\Delta)$ و المنحنى $(C)$ .

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: ( 06 نقاط )**

$a$ و $b$ عددان طبيعيان بحيث : $a+b\equiv 7[11]$ و $a-b\equiv 5[11]$

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2-b^2$ على العدد 11 .

ب) بيّن أنّ : $2a\equiv 1[11]$ و $2b\equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a\equiv 6[11]$ و $b\equiv 1[11]$

2. أ) أثبت أنّ : $a^5\equiv -1[11]$

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $k$ : $a^{10k}\equiv 1[11]$

3. أ) تحقّق أنّ : $2012=10\times 201+2$

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2012}$ على العدد 11 .

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية حسابية متزايدة ، أساسها $r$ ، حدّها الأول $u_1$ و $u_3=7$ .

1. أ) احسب بدلالة $r$ الجدائين : $T_1=u_1\times u_5$ و $T_2=u_2\times u_4$

ب) عيّن الأساس $r$ بحيث : $T_2-T_1=27$

2. نضع $r=3$ .

أ) اكتب عبارة الحدّ العام $u_n$ بدلالة $n$ .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

بيّن أنّ : $S_n=\dfrac{3n^2-n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي $n$ بحيث : $S_n=145$

3. أ) اكتب الحدّ $u_{n+5}$ بدلالة العدد الطبيعي $n$ .

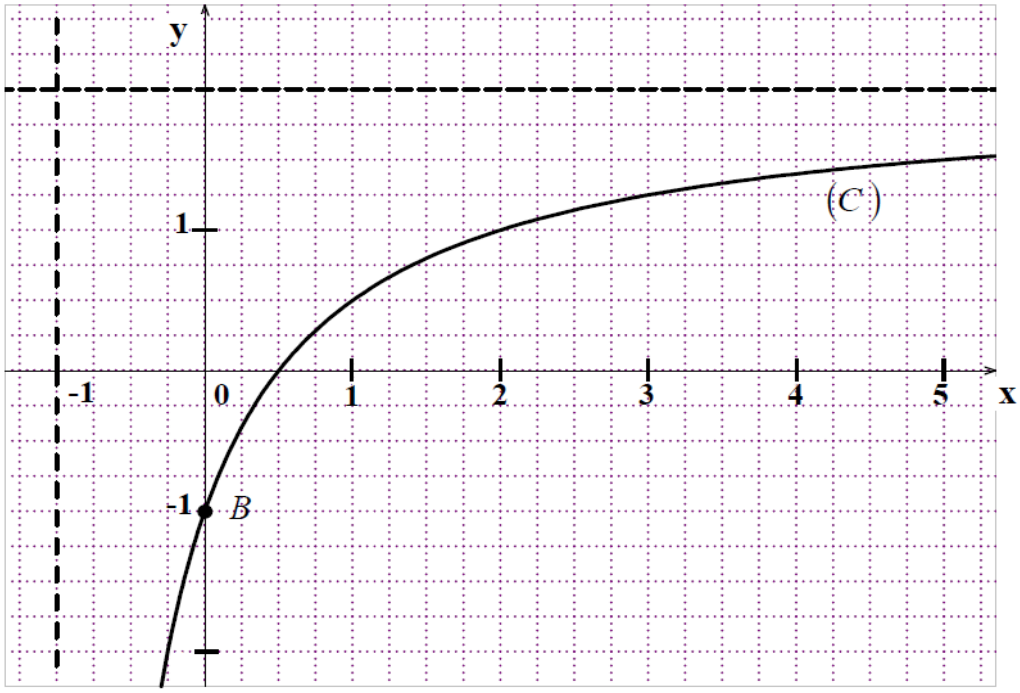
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $\dfrac{u_{n+5}}{n}=3+\dfrac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية $n$ التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{u_{n+5}}{n}$ طبيعيا .

**التمرين الثالث: ( 08 نقاط )**

$f$ الدالة المعرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=2-\dfrac{a}{x+1}$ حيث $a$ عدد حقيقي.

يرمز $(C)$ إلى التّمثيل البياني للدالة $f$ في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو موضّح أدناه.




1. اعتمادا على التمثيل البياني $(C)$ بيّن أنّ: $a=3$.

2. **أ)** احسب النهايتين $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

**ب)** احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ على $]-1\,;+\infty[$. ( $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$ )

3. **أ)** حل في المجال $]-1\,;+\infty[$ المعادلة : $f'(x)=\dfrac{3}{4}$

**ب)** $(D)$ مستقيم معادلته: $y=\dfrac{3}{4}x-1$

اكتب معادلة للمستقيم $(\Delta)$ المماس للمنحنى $(C)$ الذي يوازي المستقيم $(D)$ .

4. احسب $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ثمّ حلّ بيانيا المتراجحة $f(x)\geq 0$.

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **الموضوع الأول** | | |
| **التمرين الأول : ( 06 نقاط )** | | |
| 1. خاطئة ..... | 0.5 | |
| $n=3(n'+1)+2$ ، الباقي هو 2. | 0.75 | |
| 2. صحيحة ..... | 0.5 | |
| $2^{2012}=2^{3\times 670+2}$ و $2^3\equiv 1[7]$ عندئذ $2^{2012}\equiv 2^2[7]$ أي $2^{2012}\equiv 4[7]$ ..... | 0.75 | |
| 3. صحيحة ..... | 0.5 | |
| $2n^2-9\equiv -1[11]$ ومنه $2n^2-9\equiv 10[11]$ ..... | 0.75 | |
| 4.أ) صحيحة ..... | 0.5 | |
| $g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{3}$ ..... | 0.5 | 06 |
| ب) خاطئة ..... | 0.5 | |
| $g'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}>0$ ..... | 0.75 | |
| **التمرين الثاني : ( 06 نقاط )** | | |
| 1. أ) $b=3$ و $a=3-r$ و $c=3+r$ ..... | 2×0.25+0.5 | |
| ب) $r^2=25$ ، الحلول : $r=5$ و $r=-5$ ..... | 2×0.25+0.5 | |
| $r=-5$ مرفوض ومنه $r=5$ مقبول ..... | 2×0.25 | |
| $a=-2$ و $c=8$ ..... | 2×0.25 | |
| 2. أ) $u_n=u_0+nr$ و $u_n=-2+5n$ ..... | 0.5+0.25 | 06 |
| ب) $u_{15}=73$ ..... | 0.5 | |
| $S=\frac{16}{2}(u_0+u_{15})$ ومنه $S=568$ ..... | 0.5+0.25 | |
| 3. $S'=\frac{1}{8}S$ ومنه $S'=71$ ..... | 0.5+0.5 | |

71

## التمرين الثالث : ( 08 نقاط )

| | | |
|---|---|---|
| 1. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ..... | $2\times0.5$ | |
| 2. $f'(x)=-3x^2+6x$ ..... | 1 | |
| الإشارة :..... | 0.5 | |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

| | | |
|---|---|---|
| 3. جدول التغيّرات ..... | 1 | |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ |

| | | |
|---|---|---|
| 4.أ) $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ..... | 0.25 | 8 |
| $(\Delta): y=3x-5$ ..... | 0.75 | |
| ب) $f(x)-(3x-5)=-x^3+3x^2-3x+1$ ..... | 0.5 | |
| $-(x-1)^3=-x^3+3x^2-3x+1$ ..... | 0.5 | |
| ج) الوضعية :..... | 0.75 | |
| $(C)$ فوق المستقيم $(\Delta)$ إذا كان $x<1$ | | |
| $(C)$ تحت المستقيم $(\Delta)$ إذا كان $x>1$ | | |
| $(\Delta)$ يقطع المستقيم $(C)$ إذا كان $x=1$ | | |
| 5. $f(-1)=0$ ..... | 0.25 | |
| رسم $(\Delta)$ و $(C)$ ..... | 1+0.5 | |

72

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول : ( 06 نقاط )**

| | | |
|---|---|---|
| 1. أ) بالضرب $a^2-b^2\equiv 35[11]$ ومنه $a^2-b^2\equiv 2[11]$ ..... | $2\times 0.5$ | |
| ب) بالطرح $2b\equiv 2[11]$ ومنه $b\equiv 1[11]$ ..... | $2\times 0.5$ | |
| بالجمع $2a\equiv 12[11]$ ومنه $2a\equiv 1[11]$ ومنه $a\equiv 6[11]$ ..... | $3\times 0.5$ | |
| 2. أ) $a^5\equiv 10[11]$ أي $a^5\equiv -1[11]$ ..... | 0.5 | |
| ب) $a^{10k}\equiv 1[11]$ ..... | 1 | 6 |
| 3. أ) التحقق : $2012=10\times 201+2$ ..... | 0.25 | |
| ب) $a^{2012}\equiv a^2[11]$ و $a^2\equiv 3[11]$ ومنه $a^{2012}\equiv 3[11]$ ..... | 0.75 | |

**التمرين الثاني :( 06 نقاط )**

| | | |
|---|---|---|
| I. 1. $u_1=7-2r$ و $u_5=7+2r$ ومنه $T_1=49-4r^2$ ..... | 0.75 | |
| $u_2=7-r$ و $u_4=7+r$ ومنه $T_2=49-r^2$ ..... | 0.75 | |
| 2. $T_2-T_1=3r^2$ و $r=3$ أو $r=-3$ مرفوض..... | 3×025 | |
| II.1. أ) $u_n=u_3+(n-3)r$ و $u_n=3n-2$ ..... | 05+025 | |
| ب) $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$ و $S_n=\frac{3n^2-n}{2}$..... | 05+025 | 6 |
| ج) $\sqrt{\Delta}=59$ و $n_1=10$ أو $n_2=-\frac{29}{3}$ ( مرفوض) ..... | $3\times 0.25$ | |
| 2. أ) $u_{n+5}=3n+13$ ..... | 0.5 | |
| ب) التحقق : $\frac{u_{n+5}}{n}=3+\frac{13}{n}$ ..... | 0.5 | |
| ج) $n=1$ أو $n=13$ ..... | 0.5 | |

73

**التمرين الثالث :( 08 نقاط )**

1) $f(0)=-1$ ومنه $2-a=-1$ أي $a=3$ ..... 0.75+0.25

2) أ) $\lim\limits_{x\to-1^{>}} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ..... $2\times0.5$

التفسير الهندسي : $x=-1$ و $y=2$ مستقيمان مقاربان ..... $2\times0.5$

ب) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$ ..... 1

جدول التغيّرات ..... 1

| $x$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ |
| $f(x)$ | ‖ $-\infty$ | ↗ $2$ |

8

3) أ) $f'(x)=\dfrac{3}{4}$ تكافئ $x^2+2x-3=0$ ..... 0.5

$\Delta=16$ ، الحلول : $x_1=1$ أو $x_2=-3$ ( مرفوض) ..... 0.5

ب) $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ..... 0.25

$y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{4}$ ..... 0.75

4) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$ ، $S=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ ..... $2\times0.5$

74