

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأولالتمرين الأول: ( 05 نقاط )

عين الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

(1) إذا كان  $a$  عددا صحيحا حيث:  $[5] a \equiv -1$  فإن:(ج)  $[5] a \equiv 99$ (ب)  $[5] a \equiv 6$ (أ)  $[5] a \equiv 2$ (2) باقي القسمة الإقليدية للعدد  $-99$  على  $7$  هو:

(ج) 1

(ب) 6

(أ)  $-1$ (3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $10^n - 1$  يقبل القسمة على:

(ج) 2

(ب) 5

(أ) 3

(4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

(ج) مضاعف للعدد 4

(ب) مضاعف للعدد 3

(أ) عدد زوجي

التمرين الثاني: ( 07 نقاط ) $(u_n)$  المتتالية الهندسية التي حدّها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  حيث:  $u_0 = 2$  و  $q = 3$ .(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$ .(2) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ ؛ ثم استنتج  $u_5$ .(3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$ .(4) أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ .(ب) استنتج قيمة المجموع:  $2 + 6 + 18 + \dots + 486$ .(5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على  $5$  لكل عدد من الأعداد  $3$ ،  $3^2$ ،  $3^3$  و  $3^4$ .(ب) استنتج أنه لكل  $k$  من  $\mathbb{N}$ ؛  $[5] 3^{4k} \equiv 1$ .(6) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي من أجلها يكون  $3^n - 1$  قابلاً للقسمة على  $5$ .



التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$f(x) = \frac{-x+3}{x-2} : \mathbb{R} - \{2\} \text{ بـ}$$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ .

ب) استنتج معادلات المستقيمت المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .

(2) احسب  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(4)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = ax + b$ .

عين العددين  $a$  و  $b$  علماً أنّ المستقيم  $(\Delta)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) أ) تحقق أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$ :  $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$ .

ب) استنتج النقط من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

(6) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .



### الموضوع الثاني

#### التمرين الأول: (06 نقاط)

$(u_n)$  متتالية حسابية حدّها الأول  $u_1$  وأساسها  $r$  حيث:  $u_2 = \frac{1}{2}$  و  $u_1 - u_3 = 5$

(1) أ) بيّن أن:  $u_1 + u_3 = 1$ .

ب) عيّن الحدّ الأول  $u_1$ ؛ ثمّ استنتج أنّ  $r = -\frac{5}{2}$ .

(2) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أ) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها  $S_n = -\frac{657}{2}$ .

(4)  $n$  عدد طبيعي غير معدوم، نضع:  $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$ .

أ) تحقّق أنّه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ :  $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$ .

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ :  $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$ .

#### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$a \equiv 13[7]$  و  $b \equiv -6[7]$  عدنان صحيحان يحقّقان:

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين  $a$  و  $b$ .

(2) بيّن أنّ العددين  $a^3+1$  و  $b^3-1$  يقبلان القسمة على 7.

(3) أ) تحقّق أنّ:  $a \equiv 2015[7]$  و  $b \equiv 1436[7]$ .

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد  $2015^3 + 1436^3$ .

ج) استنتج أنّ:  $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$ .

#### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بي:  $f(x) = x^3 - 3x + 2$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثياتها.

(4) اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) احسب  $f(-2)$  و  $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(6) أ) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 2$ .

ب) حل، في  $\mathbb{R}$ ، بيانيا المترابحة  $f(x) \geq x + 2$ .

العلامة		عناصر الإجابة					(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة						
							التمرين الأول: (05 نقاط)
05 نقاط	1,25	1. ج) $99 \equiv 5[5] \Rightarrow a \equiv 99[5] \Rightarrow a \equiv -1[5]$ أو $99 + 1 \equiv 0[5]$					
	1,25	2. ب) 6 لأن $6 - 99 \equiv 6[7]$ مضاعف لـ 7 أو $-99 \equiv 6[7]$					
	1,25	3. أ) 3 لأن $10 \equiv 1[3]$ ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $10^n - 1 \equiv 0[3]$					
	1,25	4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $n + (n+1) + (n+2) = 3(n+1)$					
							التمرين الثاني: (07 نقاط)
07 نقاط	01	1. $u_1 = 2 \times 3 = 6$ و $u_2 = 6 \times 3 = 18$					
	01	2. $u_n = 2 \times 3^n$ ؛ $u_5 = 2 \times 3^5 = 486$					
	01	3. $u_{n+1} - u_n = 4 \times 3^n > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما					
	01	4. أ. $S_n = 3^n - 1$					
	01	ب. $2 + 6 + 18 + \dots + 486 = u_0 + u_1 + \dots + u_5 = 728$					
	01	5. أ.					
		العدد	3	$3^2$	$3^3$	$3^4$	
	01	الباقي	3	4	2	1	
	0,5	ب. $3^4 \equiv 1[5]$ ومنه لكل $k$ من $\mathbb{N}$ ؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$					
	0,5	6. $3^n - 1 \equiv 0[5]$ تكافئ $3^n \equiv 1[5]$ إذا $n = 4k$ مع $k \in \mathbb{N}$					
							التمرين الثالث: (08 نقاط)
08 نقاط	01	1. أ. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$					
	01	ب. $x = 2$ و $y = -1$					
	1,25	2. $f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x) < 0$					
	0,5	3. $f$ متناقصة تماما على كل من $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$					
	0,5	3. جدول تغيرات الدالة $f$ .					
	01	4. $a = f'(0) = -\frac{1}{4}$ ؛ $b = f(0) = -\frac{3}{2}$					
	0,5	5. أ. $-1 + \frac{1}{x-2} = \frac{-x+2+1}{x-2} = f(x)$					
	01	ب. $x \in \mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x \in \{1; 3\}$ ومنه $A(1; -2)$ و $B(3; 0)$					
	1,25	6. إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$ .					

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
06 نقاط			التمرين الأول: (06 نقاط)
	0,5		1. أ - $u_1 + u_3 = 2u_2 = 1$
	01		ب - $(u_1 - u_2) + (u_1 + u_2) = 2u_1$ ومنه $u_1 = 3$ . $r = u_2 - u_1 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$
	01		2. $u_n = u_1 - \frac{5}{2}(n-1) = -\frac{5}{2}n + \frac{11}{2}$
	01		3. أ - $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n(17-5n)}{4}$
	01		ب - $S_n = -\frac{657}{2}$ معناه $5n^2 - 17n - 1314 = 0$ ومنه $n = 18$
	0,5		4. أ - لكل $n$ من $N^*$ : $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$
	01		ب - الاستدلال بالتراجع
06 نقاط			التمرين الثاني: (06 نقاط)
	01		1. $a \equiv 6[7]$ و $b \equiv 1[7]$
	1,5		2. $a \equiv -1[7]$ ومنه $a^3 + 1 \equiv 0[7]$ و $b \equiv 1[7]$ ومنه $b^3 - 1 \equiv 0[7]$
	1,5		3. أ - $2015 \equiv 6[7]$ و $a \equiv 6[7]$ ؛ $1436 \equiv 1[7]$ و $b \equiv 1[7]$
	01		ب - $2015^3 + 1436^3 \equiv 1 - 1[7]$ أي $2015^3 + 1436^3 \equiv 0[7]$
01		ج - $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1[7]$	
08 نقاط			التمرين الثالث: (08 نقاط)
	01		1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
	1,25		2. $f'(x) = 3x^2 - 3$ إشارته
	0,5		$f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-1; 1]$
	0,5		جدول التغيرات
	0,75		3. $f''(x) = 6x$ تنعدم عند $0$ مغيرة إشارتها ومنه $(0; 2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف
	0,75		4. $(T) : y = -3x + 2$
	0,5		5. $f(2) = 4$ و $f(-2) = 0$
	1,25		إنشاء $(T)$ و $(C_f)$
	0,5		6. أ - إنشاء $(\Delta)$
01		ب - $f(x) \geq x + 2$ تكافئ $x \in [-2; 0] \cup [2; +\infty[$	