

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث $a = 2016$ ، $b = 1437$ و $c = 1954$

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a, b و c على 5.
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a + b + c$ ، $a \times b \times c$ و b^4 على 5.
- (3) (أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{4n} \equiv 1[5]$ ،
(ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.
- (4) (أ) تحقق أنّ: $c \equiv -1[5]$ ،
(ب) بيّن أنّ: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرّفة على \mathbb{N} حيث $u_1 = 20$ و $u_3 = 320$.

- (1) بيّن أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 4 وحدها الأول هو 5.
- (2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم استنتج قيمة حدها السابع.
- (3) (أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ،
(ب) استنتج قيمة المجموع S' حيث $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_6$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x - 3}{2x - 2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$
- (2) أ) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربتين للمنحنى (C_f) .
- (3) أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
- (5) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .
- (6) ارسم (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية معرفة على المجموعة \mathbb{N} بحدّها الأول $u_0 = -5$ و $u_3 + u_7 = 50$.
- (1) عيّن الأساس r للمتتالية (u_n).
 - (2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6n - 5$.
 - (3) اثبت أنّ العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n)، ماهي رتبته؟
 - (4) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5[7]$ و $b = 1966$ و $c = 2017$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 7.
 - (2) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.
 - (3) اثبت أنّ العدد: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمة على 7.
 - (4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ، ثم استنتج أنّ: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.
 - (5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2^n + 3$ قابلاً للقسمة على 7.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

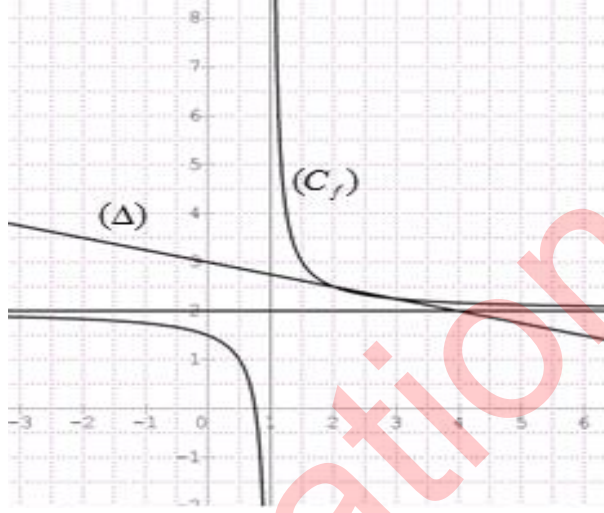
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

- (1) احسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = (x-2)(x+2)$ ،
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .
- (3) شكّل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ ، استنتج إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الإحداثيات.
- (5) بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
- (6) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (7) ارسم (T) و المنحني (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1.50	3×0.5	(1) $c \equiv 4[5]$ و $b \equiv 2[5]$ ، $a \equiv 1[5]$
1.50	3×0.5	(2) $b^4 \equiv 1[5]$ و $a \times b \times c \equiv 3[5]$ ، $a + b + c \equiv 2[5]$
1.50	0.75	(3) أ) التحقق أن $b^{4n} \equiv 1[5]$.
	0.75	ب) الاستنتاج: لدينا $b^{2016} - 1 \equiv (b^{4 \times 504} - 1)[5]$ معناه $b^{2016} - 1 \equiv 0[5]$
1.50	0.50	(4) أ) التحقق أن: $c \equiv -1[5]$.
	01	ب) بيان أن: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
02	01	(1) $\begin{cases} u_0 q = 20 \\ u_0 q^3 = 320 \end{cases}$
	01	معناه $\begin{cases} u_0 = 5 \\ q = 4 \end{cases}$
02	01	(2) عبارة الحد العام: $u_n = 5 \times 4^n$
	01	$u_6 = 20480$
02	01	(3) أ) المجموع $S = \frac{5}{3} [4^{n+1} - 1]$.
	01	ب) $S' = 27305$
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
0.50	0.50	(1) التحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1، $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$
2.50	4×0.5	(2) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$
	2×0.25	ب) $x = 1$ ، $y = 2$ معادلتني المقاربتين
1.75	0.50	(3) أ) بيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1، $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$
	0.50	ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f بما أن $f'(x) < 0$ فإن f متناقصة تماما
	0.75	جدول التغيرات.

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
01	2×0.5	$(C_f) \cap (yy') = \left\{ B\left(0; \frac{3}{2}\right) \right\}, (C_f) \cap (xx') = \left\{ A\left(\frac{3}{4}; 0\right) \right\}$ (4)
0.75	0.75	(5) معادلة المماس $(\Delta): y = -\frac{1}{4}x + 3$
1.50	0.50	(6) رسم (Δ) و (C_f) .
01	01	
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقاط)		
01	01	(1) الأساس r للمتتالية (u_n) : $r = 6$
1.50	1.50	(2) بيان أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n = 6n - 5$.
1.50	1.50	(3) $2017 = u_{337}$ ، رتبته هي 338
02	02	(4) المجموع $S = (n+1)(3n-5)$
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1.50	3×0.5	(1) $a \equiv 2[7], b \equiv 6[7]$ و $c \equiv 1[7]$
0.50	0.50	(2) التحقق أن: $b \equiv -1[7]$.
01	01	(3) اثبات أن $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2 \equiv 0[7]$
02	01	(4) التحقق أن: من أجل كل عدد طبيعي $k, 2^{3k} \equiv 1[7]$.
	2×0.5	استنتاج أن: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.
01	01	(5) $2^n + 3 \equiv 0[7]$ معناه $n = 3k + 2 / k \in \mathbb{R}$
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
01	2×0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
1.50	01	(2) أ) بيان أن: من أجل كل عدد حقيقي $x, f'(x) = (x-2)(x+2)$.
	0.50	ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f .

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
0.75	0.75	(3) جدول تغيرات الدالة f .
1.50	0.75	(4) $S = \{0; 2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\}$ (5) $(C_f) \cap (xx') = \{A(2\sqrt{3}; 0), O(0; 0), B(-2\sqrt{3}; 0)\}$
1	1	(5) بيان أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
0.75	0.75	(6) معادلة المماس $(T): y = -4x$
1.50	01	(7) رسم (T) والمنحنى (C_f) 