

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

(I)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ،  
النقط  $A, B, C, E$  التي لاحقاتها:  $z_A = ae^{i\frac{3\pi}{4}}$ ،  $z_B = -a\sqrt{2}$ ،  $z_C = \overline{z_A}$ ، و  $z_E = be^{i\frac{3\pi}{2}}$  على الترتيب.

1. أ- اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب  $\frac{z_A - z_B}{z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAB$ .

ب- حدّد طبيعة الرباعي  $OABC$ ، ثم استنتج مساحته.

2. التشابه المباشر  $S$  ذو المركز  $O$  والنسبة  $\frac{b}{a}$  والزاوية  $\frac{3\pi}{4}$ ، يحول كل نقطة  $M(z)$  من المستوي إلى النقطة  $M'(z')$

أ- اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$ ، ثم تحقق أنّ  $S(A) = E$ .

ب- بين أنّ مساحة الرباعي  $OEFG$  هي  $b^2$  (مقدرة بوحدّة المساحة)، حيث  $S(B) = F$  و  $S(C) = G$ .

3. أ- احسب بدلالة  $a$  و  $b$  العبارة:  $\left| z_C \right|^2 + \left| z_E \right|^2 - 2 \left| z_C \times z_E \right| \cos \left[ \arg \left( \frac{z_E}{z_C} \right) \right]$ .

ب- استنتج قيمة  $CE^2$  بدلالة  $a$  و  $b$ .

(II)  $n$  عدد طبيعي و  $M_n$  نقطة من المستوي تختلف عن  $O$ ، لاحقتها  $z_n$ .

نضع:  $M_0 = A$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $M_{n+1} = S(M_n)$ .

نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتين، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، بـ:  $u_n = |z_n|$  و  $v_n = \arg(z_n)$ .

1. اكتب العدد المركب  $\frac{z_{n+1}}{z_n}$  على الشكل الأسّي بدلالة  $a$  و  $b$ .

2. نفرض أنّ:  $a < b$  و  $\arg \left( \frac{z_{n+1}}{z_n} \right) \in ]-\pi; \pi]$ .

بين أنّ المتتالية  $(u_n)$  هندسية، والمتتالية  $(v_n)$  حسابية يُطلب تعيين أساس وحساب الحد الأول لكل منهما.

3. احسب، بدلالة  $a$ ،  $b$  و  $n$  المجموع  $T_n$ ، حيث:  $T_n = a + b + \frac{b^2}{a} + \frac{b^3}{a^2} + \dots + \frac{b^n}{a^{n-1}}$ ، ثم  $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$ .

4. عيّن قيم الأعداد الطبيعية  $n$  التي تكون من أجلها النقط  $O$ ،  $A$  و  $M_n$  في استقامية.

**التمرين الثاني: (03 نقاط)**

1.  $n$  عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين  $\alpha$  و  $\beta$  ، حيث :  $\alpha = 2n^3 - 14n + 2$  و  $\beta = n + 3$  .

أ - بين أن:  $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$  . (يرمز  $PGCD$  إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب - ما هي القيم الممكنة للعدد  $PGCD(\alpha; \beta)$  ؟

ج - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  ، بحيث يكون:  $PGCD(\alpha; \beta) = 5$  .

2. أ - ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^n$  على 11.

ب - عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق الجملة التالية:  $\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0 [11] \\ n \equiv 2 [10] \end{cases}$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  .

نعتبر النقط  $A(0; 0; 1)$  ،  $B(2; 2; -1)$  ،  $C(-2; -7; -7)$  و  $D(-3; 4; 4)$

والمستوي  $(\mathcal{P})$  المعرف بالتمثيل الوسيطي:  $\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases}$  ؛  $\alpha$  و  $\beta$  وسيطان حقيقيان.

1. أ - بين أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.

ب - تحقق أن الشعاع  $\vec{n}(3; -2; 1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(\mathcal{P})$  ، ثم بين أن المستويين  $(ABC)$  و  $(\mathcal{P})$  متعامدان.

ب - بين أن تقاطع  $(ABC)$  و  $(\mathcal{P})$  هو المستقيم  $(\Delta)$  ذو التمثيل الوسيطي:  $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t; t \in \mathbb{R} \\ z = -7 + 5t \end{cases}$

ج - احسب المسافة بين النقط  $D$  والمستوي  $(ABC)$  ، والمسافة بين النقط  $D$  والمستوي  $(\mathcal{P})$  ، ثم استنتج

المسافة بين النقط  $D$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

3.  $(\mathcal{Q})$  المستوي الذي يشمل النقط  $D$  والعمودي على كل من المستويين  $(ABC)$  و  $(\mathcal{P})$  .

أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(\mathcal{Q})$  .

ب - بين أن المستويات الثلاثة  $(ABC)$  ،  $(\mathcal{P})$  و  $(\mathcal{Q})$  تتقاطع في نقطة واحدة  $H$  ، ثم عين إحداثيات  $H$  .

ج - احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقط  $D$  والمستقيم  $(\Delta)$  .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I - 1. الدالة  $u$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $u(x) = e^x - 3x + 4 - e$ .

أ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $u$ .

ب - بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $e^x - e > 3x - 4$ .

2. الدالة  $v$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$ .

أ - بين أن:  $v'(1) = 0$ . (يرمز  $v'$  إلى الدالة المشتقة للدالة  $v$ )

ب - أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $v(x) \leq 0$ .

ج - استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$ .

3. أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$ .

II - الدالة  $f$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$ .

( $\mathcal{C}_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

2. بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3. احسب  $f(1)$ ، ثم ممثّل المنحنى ( $\mathcal{C}_f$ ) على المجال  $]0; \frac{5}{2}]$ .

(نأخذ:  $f(2) \approx 2,3$ ،  $f(1,64) \approx 1$ ، و  $f(\frac{5}{2}) \approx 5,75$ ).

4. احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى ( $\mathcal{C}_f$ ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما

$x = 2$  و  $x = \frac{1}{2}$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (03 نقاط)

1. أ - عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  التي تحقق:  $2n + 27 \equiv 0 [n+1]$ .
- ب - عيّن الثنائيات  $(a; b)$  من الأعداد الطبيعية، حيث:  $(b - a)(a + b) = 24$ .
- ج - استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها  $\sqrt{24}$ .
2. أ -  $\alpha$  و  $\beta$  عدنان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل  $\alpha = \overline{10141}$  و  $\beta = \overline{3403}$ .
- ب - اكتب العددين  $\alpha$  و  $\beta$  في النظام العشري.
- ب - عيّن الثنائية  $(a; b)$  من الأعداد الطبيعية حيث: 
$$\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$$
3. أ - عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434، ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478.
- ب - حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة ذات المجهول  $(x, y)$  التالية:  $2013x - 1434y = 27$ .

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول  $z$ ، التالية:  $z^2 + z + 1 = 0$ .
2. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ؛ النقط  $A$ ،  $B$  و  $M$  ذات اللاحقات:
  - أ - اكتب  $z_A$  على الشكل الآتي.  $z_A = -\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ،  $z_B = \bar{z}_A$  و  $z$  على الترتيب. (يرمز  $\bar{z}_A$  إلى مرافق  $z_A$ )
  - ب - عيّن مجموعة النقط  $M$  من المستوي، حيث:  $\arg\left[(z - z_A)^2\right] = \arg(z_A) - \arg(z_B)$ .
  3. أ - التحويل النقطي  $r$ ، يرفق بكل نقطة  $M(z)$  النقطة  $M'(z)$ ، حيث:  $z' = z_A \cdot z + z_B \sqrt{3}$ .
    - ما طبيعة التحويل  $r$ ؟ عيّن عناصره المميزة.
    - ب - التحاكي  $h$ ، يرفق بكل نقطة  $M(z)$  النقطة  $M'(z)$ ، حيث:  $z' = -2z + 3i$ .
    - عيّن نسبة ومركز التحاكي  $h$ .
    - ج - نضع:  $S = h \circ r$ . (يرمز  $\circ$  إلى تركيب التحويلين  $r$  و  $h$ ).
    - عيّن طبيعة التحويل  $S$ ، مبرزاً عناصره المميزة، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي:  $z' = 2 e^{\frac{\pi}{3}} (z - i) + i$ .
  4. نعتبر النقطة  $\Omega$  ذات اللاحقة  $i$  والنقط  $C$ ،  $D$  و  $E$ ؛ حيث:  $S(O) = C$ ،  $S(C) = D$  و  $S(D) = E$ .
    - بين أن النقط  $O$ ،  $\Omega$  و  $E$  في استقامة.
  5. أ - عيّن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي، حيث:  $z = 2e^{i\theta} + e^{\frac{i\pi}{2}}$  مع  $\theta \in \mathbb{R}$ .
  - ب - عيّن  $(\Gamma')$  صورة  $(\Gamma)$  بالتحويل  $S$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ؛ النقطتين  $A(-1;0;2)$  و  $B(1;1;1)$

$$\text{والمستقيم } (\Delta) \text{ المعرف بالتمثيل الوسيطى التالي: حيث } (\alpha \in \mathbb{R}) \begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases}$$

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$ .
- ب - بين أن المستقيمين  $(AB)$  و  $(\Delta)$  ليسا من نفس المستوي.
2.  $(\mathcal{P})$  المستوي الذي يشمل  $(AB)$  ويوازي  $(\Delta)$ .
- أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(\mathcal{P})$ .
- ب - أثبت أن  $x - y + z - 1 = 0$ ، هي معادلة ديكرتية للمستوي  $(\mathcal{P})$ .
3. لتكن  $N$  نقطة من المستقيم  $(\Delta)$  و  $M$  نقطة من الفضاء إحداثياتها  $(1+2\beta; 1+\beta; 1-\beta)$  مع  $(\beta \in \mathbb{R})$ .
- أ - بين أن النقطة  $M$  تنتمي إلى المستقيم  $(AB)$ .
- ب - جد إحداثيات النقطتين  $M$  و  $N$  حتى تكون  $M$  المسقط العمودي للنقطة  $N$  على المستوي  $(\mathcal{P})$ .
- ج - تحقق أن المسافة بين  $N$  و  $(\mathcal{P})$  هي  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ، ثم احسب مساحة المثلث  $ABN$ .

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

I - الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$ .

1. أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ:  $g(1-\sqrt{2}) = -0,25$  و  $g(1+\sqrt{2}) = 1,43$ )

2. أ - بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين في  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$ ، حيث:

$$-0,8 < \alpha < -0,7$$

ب - استنتج إشارة  $g(x)$ ؛ حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

II - الدالة  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$

$(\mathcal{C}_f)$  منحنى الدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول  $2 \text{ cm}$ )

1. أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

ب - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  عند  $+\infty$ .

ج - ادرس وضعية المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

2. أ - بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x)$ . (يرمز  $f'$  إلى الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

ب - شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ . (نأخذ:  $f(\alpha) \approx -0,9$ )

3. أ - بين أن المنحنى  $(\mathcal{C}_f)$  يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب - مثل  $(\Delta)$  والمماسين والمنحنى  $(\mathcal{C}_f)$ .

ج - ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول  $x$ :  $(x+1)^2 + me^x = 0$ .

4. الدالة  $H$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $H(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$ .

أ - بين أن  $H$  دالة أصلية للدالة:  $x \mapsto (x+1)^2 e^{-x}$  على  $\mathbb{R}$ .

ب - احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين

معادلتاهما  $x=0$  و  $x=-1$ .

III -  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = \alpha$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(تذكر أن العدد  $\alpha$  يحقق  $g(\alpha) = 0$ )

1. برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $-1 \leq u_n \leq \alpha$ .

2. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة.

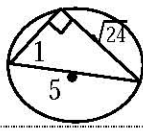
3. استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة، ثم احسب نهايتها.

## الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
		<b>التمرين الأول: (06 نقاط)</b>	
<b>06</b>	0,25 + 0,5	1. أ. $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث $OAB$ متساوي الساقين وقائم في $A$ .	
	0,25 × 2	ب - الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC) = a^2$	
	0,25 × 2	2. أ. $z' = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}} \times z$ ، $\frac{z_E}{z_A} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$	
	0,25	ب - تبيان أن مساحة الرباعي $OEF G$ هي $b^2$ مقدرة بوحدت المساحات. $S_{(OEF G)} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \times a^2$	
	0,5	3. أ. $ z_C ^2 +  z_E ^2 - 2 z_C \times z_E  \cos \left[ \arg \left( \frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25 × 2	ب - المثلث $OCE$ حسب الكاشي: $CE^2 = OC^2 + OE^2 - 2OC \times OE \times \cos(\overline{OC}, \overline{OE}) =$ $ z_C ^2 +  z_E ^2 - 2 z_C  z_E  \cos \left[ \arg \left( \frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25	II -1. $\frac{z_{n+1}}{z_n} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$ معناه $M_{n+1} = s(M_n)$	
	0,75 × 2	2 - $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدها الأول $u_0$ معرّف بـ: $u_0 =  z_0  =  z_A  = a$ - $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأول $v_0$ معرّف بـ: $v_0 = \arg(z_A) = \frac{3\pi}{4}$	
0,5	3 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = +\infty$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \frac{a^2}{b-a} \left[ \left( \frac{b}{a} \right)^{n+1} - 1 \right]$		
0,75	4 - مع $n = 4\ell$ مع $\ell \in \mathbb{N}$		
		<b>التمرين الثاني: (03 نقاط)</b>	
<b>03</b>	0,75	1. أ - تبيان أن: $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$ .	
	0,5 × 2	ب - $PGCD(\alpha; \beta) \in \{1; 2; 5; 10\}$ ج - $n = 10p + 2$ مع $p \in \mathbb{N}$ .	
	0,75	2. أ - دراسة حسب قيم العدد الطبيعي $n$ ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد $4^n$ على 11.	
	0,5	ب - $n = 110p + 82$ مع $p \in \mathbb{N}$ .	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
<b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b>			
05	0,75	1. أ - تبيان أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا $(ABC)$ .	
	$0,5 \times 2$	ب - الشعاع $\vec{n}(3; -2; 1)$ ناظمي لـ $(ABC)$ ؛ $3x - 2y + z - 1 = 0$ معادلة له.	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $x + y - z + 2 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ؛ $(ABC)$ و $(\mathcal{P})$ متعامدان.	
	0,5	ب - $(ABC)$ و $(\mathcal{P})$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ معرّف بـ $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -7 + 5t \end{cases}$	
	$0,25 \times 3$	ج - $d(D, (\Delta)) = \sqrt{\frac{43}{3}}$ ؛ $d(D, (\mathcal{P})) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D, (ABC)) = \sqrt{14}$	
	0,5	3. أ - $x + 4y + 5z - 33 = 0$ هي معادلة لـ $(\mathcal{Q})$ ؛	
	$0,25 + 0,25$	ب - $H \left( \frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{14}{3} \right)$ هندسياً. $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{Q}) = \{H\}$	
0,25	ج - $d(D, (\Delta)) = DH = \sqrt{\frac{43}{3}}$		
<b>التمرين الرابع: (06 نقاط)</b>			
06	0,5	I - 1. أ - دراسة تغيرات الدالة $u$	
	0,5	ب - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$ .	
	$0,75 + 0,5$	2. أ - $v'(1) = 0$ ب - إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$ .	
	0,5	ج - استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0; +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$ .	
	0,5	3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0; +\infty[$ : $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$ .	
	0,5	II - 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$	
	$0,5 \times 2$	2. الدالة $f$ متزايدة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ ؛ جدول تغيرات الدالة $f$	
	0,5	3. $f(1) = 0$ ؛ إنشاء المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0; \frac{5}{2}]$ .	
$0,25 + 0,25 + 0,25$	4. المساحة : $A = -\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx, ua \approx 1,024 ua$		
		$(\int f(x) dx = e^x - \frac{e}{2}x^2 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c)$	



العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
<b>التمرين الأول: (03 نقاط)</b>			
03	0,25	1. أ - الأعداد الطبيعية $n$ التي تحقق $2n + 27 \equiv 0 [n + 1]$ هي: $0; 4; 24$	
	0,5	ب - $(a; b) \in \{(1; 5); (5; 7)\}$ .	
	0,25	ج - طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$ : يمكن استعمال $5^2 = \sqrt{24}^2 + 1^2$ (فيثاغورث)	
	$0,25 \times 2$	2. أ - $\alpha = 10141 = 671$ و $\beta = 3403 = 478$	
	0,5	ب - معناه $(a; b) = (5; 7)$ $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ 671a - 478b = 9 \end{cases}$	
	$0,25 \times 2$	3. أ - $PGCD(671; 478) = 1$ ؛ $PGCD(2013; 1434) = 3$	
	0,5	ب - $2013x - 1434y = 27$ معناه $(x; y) = (478k + 5; 671k + 7)$ مع $k \in \mathbb{Z}$ .	
<b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b>			
05	0,5	1. $z^2 + z + 1 = 0$ معناه $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ أو $z = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $z_A = -\frac{1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ب - مجموعة النقط هي المستقيم $(OA)$ باستثناء النقطة $A$ .	
	0,5	3. أ - $r$ هو دوران زاويته $-\frac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0; 1)$	
	0,5	ب - نسبة التحاكي $h$ هي $-2$ ومركزه هو النقطة $\omega(0; 1)$ .	
	0,75	ج - $r$ هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته $1$ وزاويته $-\frac{2\pi}{3}$ ؛ $h$ هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته $2$ وزاويته $\pi$ . إذن $S$ هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته $1 \times 2 = 2$ وزاويته $-\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3}$ .	
	0,25	التحقق من الكتابة المركبة	
	0,75	4. تبيان أن النقط $O$ ، $\Omega$ و $E$ في استقامية.	
	0,5	5. أ - المجموعة $(\Gamma)$ هي الدائرة ذات المركز $\Omega$ ونصف القطر $2$ .	
0,5	ب - $(\Gamma)$ هي الدائرة ذات المركز $\Omega$ ونصف القطر $4$ .		
<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>			
	0,25	1. أ - $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم $(AB)$ .	
	0,5	ب - المستقيمان $(AB)$ و $(\Delta)$ غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
03	0,25	وهو تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathcal{P})$ . $\begin{cases} x = -1 + 2\lambda + \gamma \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda - \gamma \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R}); (\gamma \in \mathbb{R})$	2. أ -
	0,25	ب - إثبات أن $x - y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ .	
	0,25	3. أ - تبيان أن النقطة $M$ تنتمي إلى المستقيم $(AB)$ .	
	0,75	ب - $M\left(-\frac{11}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$ و $N(-3; -2; 4)$ .	
	0,5+0,25	ج - $d(N, (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ حساب مساحة المثلث $ABN$ . $S(ABN) = \sqrt{2} \text{ u.a}$	
<b>التمرين الرابع: (08 نقاط)</b>			
08	0,25×2	1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ .	I -
	0,25×3	ب - $g'(x) = -(x^2 - 2x - 1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيرات الدالة $g$ .	
	0,5	2. أ - $g(x) = 0$ تقبل حلاً في $]-\infty; 1 - \sqrt{2}]$ وحلاً في $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$ . إذن تقبل حلين في $\mathbb{R}$	
	0,25×2	$g(-0,8) \times g(-0,7) < 0$ ؛ $\alpha \in ]-0,8; -0,7[$ ؛ $g(0) = 0$	
	0,25	ب - $g(x) > 0$ ، $x \in ]-\infty; \alpha[ \cup ]0; +\infty[$ ؛ $g(x) < 0$ ، $x \in ]\alpha; 0[$ و $g(\alpha) = g(0) = 0$	
	0,25×2	1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .	II -
	0,25	ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$	
	0,25	ج - من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x) - x < 0$ ومنه المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقع أسفل المستقيم $(\Delta)$ .	
	0,25	2. أ - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = g(x)$ .	
	0,25	ب - جدول تغيرات الدالة $f$	
	0,25×3	3. أ - تبيان أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسين $(f'(x) = 1)$ لهما حلان $x = 1$ أو $x = -1$ ؛ $y = x - \frac{4}{e}$ ؛ $y = x$	
	0,25×3	ب - تمثيل المماسين والمنحني $(\mathcal{C}_f)$ .	
	0,5	ج - المناقشة بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2 + me^x = 0$	
	0,25	4. $H'(x) = (x+1)^2 e^{-x}$	
	0,25	ب - $S = 4(2e - 5) \text{ cm}^2$	
0,75	III - 1. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $-1 \leq u_n \leq \alpha$ .		
0,25	2. المتتالية $(u_n)$ متناقصة لأن: $u_{n+1} - u_n = -(u_n + 1)^2 e^{-u_n} < 0$		
0,25×2	3. استنتاج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ؛ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$		