الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: رياضيات

المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصّحيحين x و y حيث $(E)\cdots 63x+5y=159$.

1) تحقّق أنّ العددين 5 و 63 أوّليان فيما بينهما ثمّ بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

2) برهن أنّه إذا كانت الثّنائية $(x\,;y)$ حلاّ للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ ثمّ استنتج حلول المعادلة (E).

3) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 0\alpha}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta 10\beta 0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطّبيعيين α و β ثمّ اكتب العدد $\lambda+2$ في النظام العشري.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد $3^{x-y}+4n+1438^{2017}$ القسمة على 5، حيث $(x\,;y)$ حلول المعادلة (E) و x عدد طبيعي .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

نعتبر النّقطة $A(-\frac{2}{3};2;0)$ والمستقيم (Δ) المعرّف بالتّمثيل الوسيطي الآتي $(t\in\mathbb{R})$: $\begin{cases} x=3t \\ y=t+1 \\ z=-t+1 \end{cases}$

1) أ) تحقّق أنّ النّقطة A لا تنتمي إلى (Δ) ثمّ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل A ويحوي (Δ).

ب) بيّن أنّ $3x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A ويعامد (Δ).

2) لتكن (P_m) مجموعة النّقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $m\,x-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$ و m وسيط حقيقي.

برهن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي m ، (P_m) مستو، ثمّ بيّن أنّ كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق (Δ).

3) أ) تحقّق أنّ المستوي (P) هو المستوي (P_0) ثمّ عيّن قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من أجلها (P_m) و (P_0) متعامدين.

ب) استنتج إحداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثّلاث (P_0) ، (P_{-4}) و (Q).

4) بيّن أنّ المثلث AOH قائم ثمّ جد إحداثيات النّقط M من المستقيم (Δ) حتّى يكون حجم رباعي الوجوه $MAOH$ يساوي $\frac{11}{9}cm^3$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $2z^2-10z+\frac{29}{2}=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النّقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها $z_A=\frac{3}{2}+\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=\frac{3}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=-\overline{z}_A$ و $z_D=i$.

1) أ) اكتب العددين z_A و z_B على الشّكل الجبري ثمّ علّم النّقط A ، B ، C و D في المعلم السّابق.

ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) جد لاحقة النّقطة E نظيرة B بالنسبة إلى D ثمّ استنتج طبيعة الرباعي $ABCE$.

3) اكتب العبارة المركبة للتّشابه المباشر S الذي مركزه B ويحوّل A إلى D ثمّ حدّد نسبته وزاويته.

4) نعرّف متتالية النّقط $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي : $A_0=A$ و $A_{n+1}=S(A_n)$. (z_n هي لاحقة A_n)

أ) برهن بالتّراجع أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-z_B=5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1}e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$.

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتّى تنتمي النّقط A_n إلى المستقيم (AB).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدّالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+2-\ln x$.

ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}\left(-x+e-\frac{\ln(x^2)}{x}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

1) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x)=\frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f .

2) أ) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)$ ، ثمّ فسّر النّتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$.

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f .

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}$ مقارب لـِ (C_f) ثمّ ادرس وضعية (C_f) بالنّسبة إلى (Δ) .

4) أ) أثبت أنّه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثمّ جِد معادلة لكلٍّ منهما.

ب) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β

حيث $2<\alpha<2{,}1$ و $-0{,}5<\beta<-0{,}4$.

5) ارسم المماسين والمستقيم (Δ) ثمّ المنحنى (C_f) .

6) باستعمال المنحنى (C_f)، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $x(e-2m)=\ln(x^2)$ حلاً وحيدا.

7) نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها

$x=\alpha$ ، $x=1$ و $x+2y=e$.

تحقّق أنّ: $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2 cm^2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على صفحتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$ ، نعتبر النّقط : $A(2;6;4)$ ، $B(3;6;2)$ و $C(0;3;3)$ والمستوي (P) المعرّف بالتّمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=1+2\alpha-12\beta \\ y=3+3\alpha+10\beta \quad ;(\alpha\in\mathbb{R}\,;\,\beta\in\mathbb{R}) \\ z=1+\alpha-6\beta \end{cases}$

1) احسب الجداء السّلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

2) تحقّق أنّ $6x-5y+3z+6=0$ معادلة للمستوي (ABC) واكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P).

3) ليكن (Q) المستوي ذو المعادلة : $2x+3y+z-12=0$.

بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان، ثمّ عيّن تمثيلا وسيطيا لـ(Δ) مستقيم تقاطعهما.

4) لتكن M نقطة من الفضاء إحداثياتها $\left(2t-1;-\frac{5}{3}t+\frac{14}{3};t\right)$ حيث t عدد حقيقي يختلف عن 1.

عيّن (Γ) مجموعة النّقط M حتّى يكون حجم رباعي الوجوه $MABC$ أصغر من أو يساوي $\frac{35}{9}cm^3$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $z^2-2(1-\sin\alpha)z+2(1-\sin\alpha)=0\cdots(E)$

حيث α عدد حقيقي. (نرمز بـ z_1 و z_2 إلى حلّي المعادلة (E))

1) عيّن الحلّين z_1 و z_2 بدلالة α.

2) نضع $\alpha=\frac{\pi}{6}$. بيّن أنّ: $z_1^{\,2017}+z_2^{\,2017}=1$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النّقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و $z_C=2z_A$.

1) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

2) ليكن S التّحويل النّقطي الذي يحوّل النّقطة M ذات اللاّحقة z إلى النّقطة M' ذات اللاّحقة z' حيث $z'=(1+z_A)z+2z_B$.

– عيّن طبيعة التّحويل S ثمّ حدّد عناصره المميّزة.

3) (Γ) مجموعة النّقط M ذات اللاّحقة z حيث $\arg(\overline{z}-z_B)=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ و $k\in\mathbb{Z}$.

– تحقّق أنّ النّقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثمّ حدّد طبيعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بحدِّها الأوّل u_0 حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 4u_n + 1$

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$.

ب) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n العددان الطبيعيان u_n و u_{n+1} أوّليين فيما بينهما.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + \frac{1}{3}$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل v_0.

ب) عبّر بدلالة n عن المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{3n}$.

3) عيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد A_n المعرّف بـ : $A_n = 9S_n - 6n - 3^{6n+4}$ ، القسمة على 7 .

التمرين الرابع :(07 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$.

I) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني .

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) أثبت أنّ المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما، احسب $f(-2)$ ، ثمّ ارسم المنحنى (C).

II) ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدّالة f_m المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)\, e^{-x}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعيين إحداثييها.

2) ادرس اتجاه تغير الدّالة f_m واستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدّالة f_m قيمتين حدّيتين يطلب تعيينهما.

3) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = 1 - m$.

أثبت أنّه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإنّ M_m تنتمي إلى منحن يطلب تعيين معادلة له.

4) ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث $m \neq 2$ ، الوضعية النّسبية للمنحنيين (C) و (C_m).

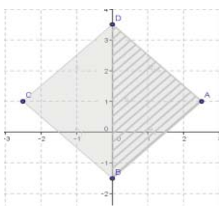
5) احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C) و (C_3) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \alpha$ ، ثمّ احسب : $\lim_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع

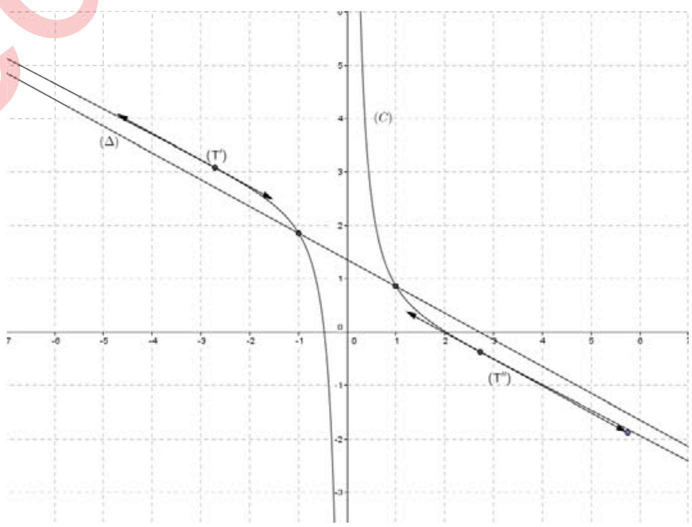
الموضوع الأول

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الأول :(04نقاط)		
1)التحقّق أنّ العددين 5 و 63 أوّليان فيما بينهما.	0.25	0.50
تبيين أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.	0.25	
2)البرهان أنّه إذا كانت الثّنائية $(x\,;y)$ حلاّ للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$	0.50	01.25
استنتاج حلول المعادلة (E). حلول المعادلة (E) هي $S_{(E)}=\{(5k+3\,;-63k-6)\,/\,k\in\mathbb{Z}\}$	0.75	
3)إيجاد العددين الطّبيعيين α و β : $\overline{\beta10\beta0}^5=\overline{5\alpha0\alpha}^7=a$ يكافئ $630\beta+50(-\alpha)=1590$ مع $0\le\alpha<7$ و $0\le\beta<5$ تكافئ $63\beta+5(-\alpha)=159$ مع $0\le\alpha<7$ و $0\le\beta<5$ بالتالي نجد $\alpha=6$ و $\beta=3$	0.25 0.50	01
كتابة العدد $\lambda+2$ في النظام العشري: $\lambda+2=2017$	0.25	
4) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5. $3^{4p}\equiv1[5]$, $3^{4p+1}\equiv3[5]$, $3^{4p+2}\equiv4[5]$, $3^{4p+3}\equiv2[5]$, $p\in\mathbb{N}$	0.75	01.25
ب) قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد $3^{x-y}+4n+1438^{2017}$ القسمة على 5: $3^{x-y}+4n+1438^{2017}\equiv0[5]$ تكافئ $3+4n+3\equiv0[5]$ أي : $n=5k'+1,\ k'\in\mathbb{N}$	0.50	
التمرين الثاني:(04 نقاط)		
1)أ) التحقّق أنّ النّقطة A لا تنتمي إلى (Δ).	0.25	01
كتابة تمثيل وسيطي للمستوي (P) الذي يشمل A ويحوي (Δ). $\begin{cases} x=-\dfrac{2}{3}+3\alpha-\dfrac{2}{3}\beta \\ y=2+\alpha+\beta \\ z=-\alpha-\beta \end{cases}$ $,(\alpha;\beta)\in\mathbb{R}^2$	0.50	
ب) بيان أنّ $3x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و يعامد (Δ).	0.25	
2) برهان أنّ: من أجل كل عدد حقيقي m ، (P_m) مستو بما أن المعادلة الديكارتية من الشكل $ax+by+cz+d=0$ و لاتوجد قيمة لـ m تحقق $(m\,;-m+2\,;2m+2)=(0;0;0)$ فإن من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، (P_m)مستو.	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
تبيين أنّ كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق (Δ).		0.75
لدينا: $m\,x-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$ تكافئ $m(x-y+2z-1)+(2y+2z-4)=0$ من اجل كل m من $\mathbb{R}$: $m\,x-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$ تعني : $\begin{cases} x-y+2z-1=0 \\ 2y+2z-4=0 \end{cases}$ إذن جميع المستويات تتقاطع وفق مستقيم ثم نتحقق أنه (Δ).	0.50	
3) أ) التّحقق أنّ المستوي (P) هو المستوي (P_0) .	0.25	01
تعيين قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من أجلها (P_m) و (P_0) متعامدين: (P_m) يعامد (P_0) من أجل $m=-4$	0.25	
ب) استنتاج إحداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثّلاث (P_0)،(P_{-4}) و (Q). $(P_0)\cap(P_{-4})\cap(Q)=(\Delta)\cap(Q)=\{H(0;1;1)\}$	0.50	
4) تبيين أنّ المثلث AOH قائم .	0.25	01.25
إحداثيات النّقط M من المستقيم (Δ) حتّى يكون v حجم رباعي الوجوه $MAOH$ هو $\frac{11}{9}cm^3$. نجد :مساحة AOH تساوي $\frac{\sqrt{11}}{3}(ua)$ و $v=\frac{11}{9}\|t\|$ بالتالي : $\frac{11}{9}\|t\|=\frac{11}{9}$ يكافئ: $t=1$ أو $t=-1$ $M(-3;0;2)$ $M'(3;2;0)$ و .	0.25 0.25 0.50	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
I) حل المعادلة : $2z^2-10z+\frac{29}{2}=0$. $S=\left\{\frac{5}{2}-i\;;\frac{5}{2}+i\right\}$	0.50	0.50
II) 1) أ) كتابة العددين z_A و z_B على الشّكل الجبري : $z_A=\frac{5}{2}+i$ و $z_B=-\frac{3}{2}i$.	0.50	01.75
تعليم النّقط A ، B، C و D . 	0.50	
ب) الكتابة على الشّكل الآسي: $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{2}}$	0.25	
المثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين.	0.50	

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
3) لاحقة النّقطة E نظيرة B بالنسبة إلى D : $Z_D=\frac{7}{2}i$.	0.25	0.50
$ABCD$ مربع .	0.25	
3) العبارة المركبة للتّشابه المباشر S الذي مركزه B ويحوّل A إلى D هي : $z'-z_B=\frac{1}{2}(1+i)\,(z-z_B)$.	0.50	01
تحديد النسبة و الزاوية للتشابه S : $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{\pi}{4}$ زاوية له.	0.50	
4) أ) البرهان بالتّراجع أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n-z_B=5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1}e^{i\frac{\pi}{4}(n+1)}$.	0.75	01.25
ب) النّقط A_n تنتمي إلى (AB) تكافئ $\arg(z_n-z_B)=\arg(z_0-z_B)$ تكافئ $\frac{\pi}{4}(n+1)=\frac{\pi}{4}+k\pi\ \ /k\in\mathbb{Z}$ نجد : $n=4k\ \ (k\in\mathbb{N})$	0.25 0.25	
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I) اتجاه تغيّر الدّالة g : الدالة المشتقة : $g'(x)=\frac{x-1}{x}$ الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0\,;1]$ و متزايدة تماما على المجال $[1\,;+\infty[$	0.25 0.25	0.75
إشارة $g(x)$: من أجل كل x من المجال $]0\,;+\infty[$ ، $g(x)\geq 3$ اذن : $g(x)>0$	0.25	
II) 1) تبيين أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x)=\frac{-g(x^2)}{2x^2}$	0.25	0.50
اتجاه تغيّر الدّالة f : الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0\,;+\infty[$	0.25	
2) أ) من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x)+f(x)=e$	0.25	01.75
تفسير النّتيجة بيانيا: المنحنى (C_f) يقبل النقطة $\Omega(0\,;\frac{e}{2})$ مركز تناظر له.	0.25	
ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)=+\infty$	0.50	
$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{-x\to+\infty}(e-f(-x))=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)=\lim\limits_{\substack{-x\to 0\\ >}}(e-f(-x))=-\infty$	0.50	
جـ) جدول تغيّرات الدّالة f : (انظر الجدول أدناه)	0.25	

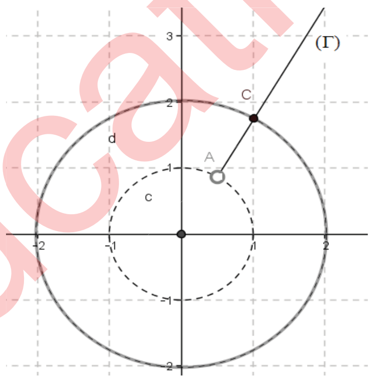
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow -\infty$

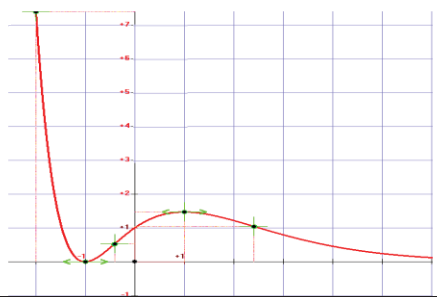
عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
I) تبيين أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}$ مقارب لـِ (C_f) : $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left[f(x)-(-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2})\right]=0$	0.25	0.75
وضعية (C_f) بالنّسبة إلى (Δ): (C_f) فوق (Δ) من أجل $x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]0;1\right[$ و (C_f) تحت (Δ) من أجل $x\in\left]-1;0\right[\cup\left]1;+\infty\right[$ و متقاطعان في النقطتين $A_{-1}\left(-1;\frac{e+1}{2}\right)$ و $A_1\left(1;\frac{e-1}{2}\right)$	0.50	
4)أ) إثبات أنّه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $-\frac{1}{2}$ $f'(x)=-\frac{1}{2}$ تكافئ $g(x^2)=x^2$ إذن : $x_0=e$ و $x_1=-e$	0.50	01.50
معادلة لكلٍّ من المماسين : $(T_e): y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}-\frac{1}{e}$ و $(T_{-e}): y=-\frac{1}{2}x+\frac{e}{2}+\frac{1}{e}$	0.50	
ب) تبيين أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث $2<\alpha<2{,}1$ و $-0{,}5<\beta<-0{,}4$	0.50	
5) رسم : المماسين .	0.25	0.75
رسم : المستقيم (Δ).	0.25	
رسم : المنحنى (C_f): 	0.25	

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
6) تعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $x(e-2m)=\ln(x^2)$ حلاً وحيدا: $x(e-2m)=\ln\left(x^2\right)$ تكافئ : $f(x)=-\frac{1}{2}x+m$	0.25	0.50
مجموعة قيم m هي : $\left]-\infty;\frac{e}{2}-\frac{1}{e}\right[\cup\left]\frac{e}{2}+\frac{1}{e};+\infty\right[$	0.25	
7) حساب $A(\alpha)$: $A(\alpha)=\int_1^{\alpha}[y-f(x)]dx=\frac{1}{2}\int_1^{\alpha}\left[\frac{\ln(x)}{x}\right]dx$	0.25	0.50
التحقق أن : $A(\alpha)=\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2 cm^2$	0.25	

الموضوع الثاني :

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	مجموع
التمرين الأول :(04نقاط)		
1) حساب الجداء السّلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.	0.25	01
المثلث ABC قائم في A . مساحته : $S_{ABC}=\frac{\sqrt{70}}{2}u.a$.	0.25 0.50	
2) التحقق أنّ : $6x-5y+3z+6=0$ معادلة للمستوي (ABC) .	0.50	01
معادلة المستوي (P) : $x-2z+1=0$.	0.50	
3) تبيين أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان.	0.25	01
تعيين تمثيل وسيطي لـ (Δ) مستقيم تقاطعهما: $\begin{cases} x=1-12\beta \\ y=3+10\beta \quad (\beta\in\mathbb{R}) \\ z=1-6\beta \end{cases}$	0.75	
4) تعيين (Γ) مجموعة النقّاط M حتّى يكون حجم رباعي الوجوه $MABC$ أصغر من أو يساوي $\frac{35}{9}cm^3$ لدينا $V=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times d(M;(ABC))=\frac{35\|t-1\|}{9}u.v$ $V<\frac{35}{9}u.v$ معناه $t\in[0;1[\cup]1;2]$ (Γ) القطعة المستقيمة المعرفة كما يلي : $(t\in[0;2])$ $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-\frac{5}{3}t+\frac{14}{3} \\ z=t \end{cases}$ باستثناء النقطة $K(1;3;1)$.	0.25 0.25 0.50	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
I) 1) تعيين الحلّين z_1 و z_2 بدلالة α: $\Delta=-4\cos^2\alpha=(2i\cos\alpha)^2$ الحلان هما: $1-\sin\alpha-i\cos\alpha$ و $1-\sin\alpha+i\cos\alpha$	0.25 0.50	0.75
2) تبيين أنّ: $z_1^{2017}+z_2^{2017}=1$.	0.50	0.50

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
II) 1) تعيين قيم n بحيث يكون $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقيا موجبا تماما. لدينا : $(\frac{z_A}{z_B})^n = e^{i\frac{2n\pi}{3}}$ إذن $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقي موجب تماما يعني : $\frac{2n\pi}{3} = 2k\pi$ k عدد طبيعي و بالتالي : $n = 3k$ حيث k عدد طبيعي	0.25 0.25 0.50	01
2) طبيعة التّحويل S و عناصره المميّزة : S تشابه مباشر مركزه النقطة C، نسبته $\sqrt{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ وزاوية له .	0.25x4	01
3) التحقّق أنّ النّقطة C تنتمي إلى (Γ) :	0.25	0.75
تحديد طبيعة (Γ) وإنشائها: (Γ) هي نصف المستقيم $\left.\right]AC\big)$. 	0.25 0.25	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) أ) تبيين أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$.	3x0.25	01.25
ب) العددان الطبيعيان u_n و u_{n+1} أوّليان فيما بينهما. (مبرهنة بيزو أو أي طريقة أخرى).	0.50	
2) أ) من أجل كل n طبيعي : $v_{n+1} = 4.v_n$ الأساس و **الحد الأول** : $q = 4$ ، $v_0 = \frac{1}{3}$	0.25 2x0.25	1.25
ب) المجموع S_n : $S_n = \frac{1}{9}\left(4^{3n+1} - 1\right)$	0.50	
3) القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين $4^n - 1$ و $4^{n+1} - 1$: $PGCD(4^{n+1} - 1\,;\, 4^n - 1) = PGCD(3u_{n+1}\,;\, 3u_n) = 3$	0.75	0.75

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	مجموع
4) أ) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7: $4^{3p} \equiv 1[7]$, $4^{3p+1} \equiv 4[7]$, $4^{3p+2} \equiv 2[7]$ / $p \in \mathbb{N}$	01	1.75
ب) قيم العدد الطبيعي n حتّى يقبل العدد A_n القسمة على 7: $A_n \equiv 0[7]$ تكافئ $n = 7k+1, / k \in IN$	0.75	
التمرين الرابع :(07 نقاط)		
I) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$	0.50	0.50
2) اتجاه تغيّر الدّالة f : لدينا : $f'(x) = (-x^2+1)e^{-x}$ الدالة f متناقصة تماما على المجالين: $]-\infty\,;\,-1]$ ، $[1\,;\,+\infty[$ و متزايدة تماما على المجال : $[-1\,;\,1]$	0.25 0.25	0.75
3) جدول تغيرات الدالة f : $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	0.25	
4) المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف: **لدينا** $f''(x) = (x^2-2x-1)e^{-x}$ الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند كل من : $x_1 = 1-\sqrt{2}$ و $x_2 = 1+\sqrt{2}$ مغيرة إشارتها. أي للمنحنى (C) نقطتي انعطاف . $(1-\sqrt{2};(2-\sqrt{2})^2 e^{\sqrt{2}-1})$ ، $(1+\sqrt{2};(2+\sqrt{2})^2 e^{-\sqrt{2}-1})$	0.25 0.50	1.50
$f(-2) = e^2$	0.25	
رسم المنحنى (C): 	0.50	
II) 1) جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω : من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، $(x^2+1)\,e^{-x} - y + mx = 0$ تعني : $(x^2+1)\,e^{-x} - y = 0$ و $x = 0$ إذن : $\omega(0;1)$	0.50	0.50
2) اتجاه تغير الدّالة f_m: لدينا : $f_m'(x) = (-x^2+(2-m)x+m-1)e^{-x}$ إشارة $f_m'(x)$ من إشارة $-x^2+(2-m)x+m-1$ المميز : $\Delta = m^2$	0.25 0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
• إذا كان $m=0$: الدالة f_m متناقصة تماما على $\mathbb{R}$. • إذا كان $m\succ 0$: الدالة f_m متناقصة تماما على المجالين $]-\infty\,;1-m]$ و $[1\,;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[1-m\,;1]$ • $m\prec 0$: الدالة f_m متناقصة تماماعلى $]-\infty\,;1]$ و $[1-m\,;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[1\,;1-m]$	0.25 0.25	1.75
قيم m التي من أجلها تقبل الدّالة f_m قيمتين حدّيتين: $m\in IR^*$	0.25	
القيمتين الحدّيتين من اجل $m\in IR^*$: $f_m(1)=(2+m)e^{-1}$ و $f_m(1-m)=(-m+2)e^{m-1}$	0.50	
3) عندما m يمسح $\mathbb{R}$ ، M_m تنتمي إلى منحن:لدينا $\begin{cases} x=1-m \\ y=(2-m)e^{-1+m} \end{cases}$ أي : $y=(1+x)e^{-x}$ بالتالي : M_m تنتمي الى المنحني الذي $y=(1+x)e^{-x}$ معادلة له .	0.50	0.50
4) الوضعية النّسبية للمنحنيين (C) و (C_m): دراسة الوضع النسبي لـ (C) و (C_m) : $f_m(x)-f(x)=(m-2)xe^{-x}$ - الحالة الأولى : $m>2$ (C_m) تحت (C) من أجل $x<0$ و (C_m) فوق (C) من أجل $x>0$. - الحالة الثانية : $m<2$ (C_m) تحت (C) من أجل $x>0$ و (C_m) فوق (C) من أجل $x<0$. في الحالتين (C) و (C_m) يتقاطعان في النقطة ω.	0.50	0.50
5) حساب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α المساحة $A(\alpha)$: باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد : $A(\alpha)=\int_0^{\alpha}[f_3(x)-f(x)]dx=\int_0^{\alpha}xe^{-x}\,dx=\left[(-x-1)e^{-x}\right]_0^{\alpha}$ إذن : $A(\alpha)=(-\alpha e^{-\alpha}-e^{-\alpha}+1)$	0.50 0.25	01
$\lim\limits_{x\to+\infty} A(\alpha)=1$	0.25	