الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2019

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

**يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)**

**التمرين الأول:(04 نقاط)**

**1)** حل المعادلة $505x-673y=1.......(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x$ و $y$ عددان صحيحان.

(لاحظ أنّ: $2019=3\times673$ و $2020=4\times505$)

**2)** بيّن أنّه من أجل كلّ ثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$ فإنّ: $x$ و $y$ من نفس الإشارة.

**3)** نعتبر المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases}u_0=3\\u_{n+1}=u_n+505\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=4\\v_{n+1}=v_n+673\end{cases}$

– اكتب $u_\alpha$ بدلالة $\alpha$ ثم اكتب $v_\beta$ بدلالة $\beta$ حيث $\alpha$ و $\beta$ عددان طبيعيان.

**4) أ)** عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ ثم بيّن أنّ هذه الحدود المشتركة تشكّل متتالية حسابية $(w_n)$ يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

**ب)** نضع من أجل كلّ عدد طبيعي $n$: $X_n=\frac{1}{505}(w_n-2023)$

احسب بدلالة $n$ الجداء $p=X_1.X_2......X_n$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;0;-1)$ ، $B(1;-2;0)$ و $C(1;2;3)$

**1)** بيّن أنّ المثلث $ABC$ قائم في $A$.

**2)** اكتب معادلة للمستوي $(Q)$ الذي يشمل $A$ و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له.

**3)** $m$ وسيط حقيقي و $(P_m)$ مستو حيث: $(m-1)x+2y-z-m=0$ معادلة له.

**أ)** أثبت أنّه عندما يتغير $m$ في $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي $(P_m)$ يحوي مستقيما ثابتا $(\Delta)$ يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

– تحقّق أنّ $A$ و $C$ نقطتان من المستقيم $(\Delta)$.

**ب)** تحقّق أنّه مهما كان $m$ من $\mathbb{R}$ فإنّ المستوي $(P_m)$ يعامد المستوي $(Q)$.

**4)** لتكن $d(m)$ المسافة بين النقطة $B$ و المستوي $(P_m)$.

**أ)** أثبت أنّ: $d(m)=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$ ثم عيّن قيمة $m$ التي تكون من أجلها $d(m)$ أعظمية واحسبها.

**ب)** استنتج أنّه إذا كانت $d(m)$ أعظمية فإن النقطة $A$ هي المسقط العمودي للنقطة $B$ على $(P_m)$.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$

حيث: $z_A=1+i\sqrt{2}$ ، $z_B=i$ ، $z_C=\overline{z_A}$ ، $z_D=\overline{z_B}$ و $z_E=1$

**1)** حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$

**2)** أ) احسب كلاًّ من $|z_A-1|$ ، $|z_B-1|$ و $|z_C-z_E|$ ثم تحقّق أنّ النقط الأربعة $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

**ب)** بيّن أنّ: $z_B-z_E=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A-z_E)$ ثم استنتج أنّ $B$ هي صورة $A$ بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

- ما طبيعة المثلّث $ABE$ ؟

**3)** عيّن لاحقتي الشّعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AE}$ محدّدا طبيعة الرباعي $ABDE$ .

**4)** $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ شعاعان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_1$ و $z_2$ .

**أ)** برهن أنّ: ( $\overrightarrow{w_1}$ و $\overrightarrow{w_2}$ متعامدان) يكافئ ( $z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=0$ ).

**ب)** عيّن مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ حيث: $(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

$f$ الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x & , x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ .

$(C_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $3\,cm$

**1)** برهن أنّ:

- إذا كان: $x>1$ فإن: $1-x-2x\ln x<0$
- إذا كان: $0<x<1$ فإن: $1-x-2x\ln x>0$

**2)** أ) أثبت أنّ الدالة $f$ قابلة للاشتقاق عند $0$ من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند مبدأ المعلم.

**ب)** ادرس الوضع النسبي لـ : $(\Delta)$ و $(C_f)$.

**3)** أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**ب)** ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

**4)** أ) اكتب معادلة $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ الموازي لـ $(\Delta)$.

**ب)** أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;+\infty[$ حلا وحيدا $\alpha$ ثم تحقّق أن: $1,76<\alpha<1,77$.

**جـ)** اكتب معادلة للمستقيم $(d)$ الذي يوازي $(\Delta)$ ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.

- ارسم كلا من $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(d)$ ثمّ المنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;\alpha]$.

**5)** $m$ وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة: $x^2\ln x+m=0$ في المجال $[0;\alpha]$.

**6)** $\lambda$ عدد حقيقي حيث: $0<\lambda<1$ ، نعتبر: $A(\lambda)=\int_{\lambda}^{1}-x^2\ln x\,dx$

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة $\lambda$.

**ب)** احسب $\lim\limits_{\substack{\lambda \to 0 \\ >}} A(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

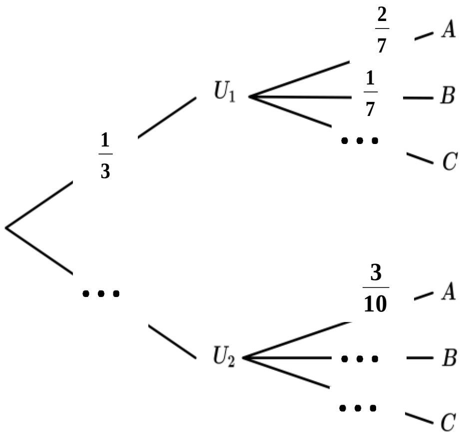
**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

### يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

صندوقان غير شفافين $U_1$ و $U_2$ ، يحتوي الصندوق $U_1$ على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق $U_2$ على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس)




نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6.

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_1$

وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق $U_2$.

نعتبر الأحداث $A$ ، $B$ و $C$ المعرفة بـ : $A$ :"سحب كريتين حمراوين"

$B$ : "سحب كريتين سوداوين" و $C$:"سحب كريتين من لونين مختلفين"

**1)** أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

**2)** أُحسب احتمالات الأحداث $A$ ، $B$ و $C$.

نعتبر $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

**3) أ)** عيّن قيم المتغير العشوائي $X$.

**ب)** عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$.

**4)** أُحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ .

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

$(u_n)$ متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحدها الأول $u_1$ حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$،

$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$.

**1) أ)** تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

**ب)** استنتج كتابة الحد العام $u_n$ بدلالة $n$

**2)** تحقق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، $u_n = n(n-2)+1$.

**3)** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

**4) أ)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2\,;u_n) = 1$ .

**ب)** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

**1)** نضع من أجل كل عدد مركب $z$ ، $P(z) = z^4 - 6z^3 + 29z^2 - 24z + 100$

**أ)** بيّن أنّه من أجل كل عدد مركب $z$، $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$، ثم استنتج أنّه إذا كان $z$ حلا للمعادلة $P(z) = 0$ فإنّ $\overline{z}$ حل لها.

**ب)** حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ علما أنّها تقبل حلا تخيليا صرفا.

**2)** نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط $A$، $B$، $M$ و $M'$ التي لاحقاتها على الترتيب: $2i$ ، $3-4i$، $z$ و $z'$ حيث: $z'=\dfrac{-iz+4+3i}{z-2i}$ مع $z\neq 2i$.

ولتكن $I$ مرجح الجملة $\left\{(A;2),(B;1)\right\}$ و $J$ مرجح الجملة $\left\{(A;-2),(B;1)\right\}$

**أ)** عيّن اللاحقتين $z_I$ و $z_J$ للنقطتين $I$ و $J$ على الترتيب.

**ب)** لتكن $(E)$ مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $|z'|=2$.

بيّن أن (النقطة $M$ من $(E)$) يكافئ ($\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{JM}=0$)، ثمّ عيّن $(E)$ وأنشئها.

**جـ)** لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $\arg(z')=2k\pi$ حيث $k$ عدد صحيح.

تحقّق أنّ النقطة $D$ ذات اللاحقة $\dfrac{9}{2}-\dfrac{5}{2}i$ تنتمي إلى $(\Gamma)$، ثمّ عيّن وأنشئ $(\Gamma)$.

**3)** عيّن الشكل الجبري لِلاحقة النقطة $G$ تقاطع المجموعتين $(E)$ و $(\Gamma)$.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

$I$) $f_k$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث $k$ وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathcal{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة $f_k$ في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

**1)** بيّن أنّ كل المنحنيات $(\mathcal{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

**2)** احسب نهايتي الدالة $f_k$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $k$).

**3)** أ) احسب $f_k'(x)$، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي $k$ اتجاه تغير الدالة $f_k$.

**ب)** شكّل جدول تغيرات الدالة $f_k$ من أجل $k$ عدد حقيقي موجب تماما.

**4)** ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $k$ الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathcal{C}_k)$ و $(\mathcal{C}_{k+1})$.

$II$) $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

**1)** شكّل جدول تغيرات الدالة $f$، ثم أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.

**2)** أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما $\alpha$ حيث: $-1{,}28<\alpha<-1{,}27$.

**ب)** عيّن قيّم العدد الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\dfrac{x+1}{e^x}\right|=\left|\dfrac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

**3)** $g$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بــ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$.

**أ)** بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإنّ: $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثمّ استنتج دالة أصلية لِـ $g$ على $\mathbb{R}$.

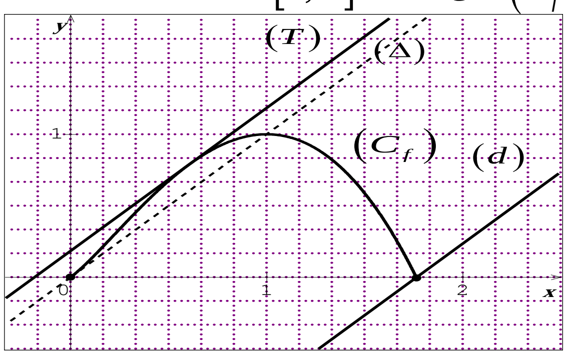
**ب)** باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب $A$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

**انتهى الموضوع الثاني**

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)حل المعادلة في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ : الحل الخاص $(x_0;y_0)=(4;3)$<br>$PGCD(673;505)=1$ ومنه: $(x;y)=(673k+4;505k+3)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5<br>0.75<br>0.75</td><td>02</td></tr>
<tr><td>2)بيان أن $x$ و $y$ لهما نفس الإشارة:<br>$(673k+4)(505k+3)>0$ محققة من أجل كل $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) كتابة $u_\alpha$ بدلالة $\alpha$: $(u_n)$ متتالية حسابية، $u_\alpha=3+505\alpha\ ;\ \alpha\in\mathbb{N}$</td><td>2×0.25</td><td rowspan="2">01</td></tr>
<tr><td>- كتابة $v_\beta$ بدلالة $\beta$: $(v_n)$ متتالية حسابية، $v_\beta=4+673\beta\ ;\ \beta\in\mathbb{N}$</td><td>2×0.25</td></tr>
<tr><td>4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين $(u_n)$ و $(v_n)$:<br>$u_\alpha=v_\beta$ تكافئ $3+505\alpha=4+673\beta$ ومنه: $505\alpha-673\beta=1$<br>ومنه: $(\alpha;\beta)=(673k+4;505k+3)$ مع $k\in\mathbb{N}$<br>$u_\alpha=505\alpha+3$ أي $u_k=339865k+2023$ مع $k\in\mathbb{N}$.اي $w_n=339865n+2023$<br>وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r=339865$ وحدها الأول2023<br>ب) $p=X_1.X_2.........X_n=(673)^n n!$</td><td>0.25<br><br>0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) تبيان أن المثلث $ABC$ قائم في $A$ : $\overrightarrow{AB}(0;-2;1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0;2;4)$.<br>$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=0$ ومنه: $ABC$ قائم في $A$.</td><td>2×0.25<br>0.5<br>0.25</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td>2) كتابة معادلة المستوي $(Q)$: $(Q):y+2z+2=0$</td><td>0.75</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>3) أ. إثبات أن $(P_m)$ يشمل مستقيما ثابتا$(\Delta)$ مع تعيين تمثيل وسيطي له:<br>①..... $(P_m):(m-1)x+2y-z-m=0$ ①تكافئ $m(x-1)+(-x+2y-z)=0$ ومنه:<br>و $\begin{cases}x-1=0\\-x+2y-z=0\end{cases}$ ومنه: و $\begin{cases}x=1\\z=2y-1\end{cases}$ إذن: و $(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$</td><td>0.25<br><br>0.25</td><td rowspan="3">01</td></tr>
<tr><td>• التحقق أن $A$ و $C$ نقطتان من$(\Delta)$:<br>$A\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=0\\z=2(0)-1=-1\end{cases}$ ، $C\in(\Delta):\begin{cases}x=1\\y=t=2\\z=2(2)-1=3\end{cases}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>ب. تبيان أن $(P_m)$ يعامد المستوي $(Q)$:<br>• $\overrightarrow{n_{(P_m)}}(m-1;2;-1)$ و $\overrightarrow{n_{(Q)}}(0;1;2)$ ومنه $\overrightarrow{n_{(P_m)}}\bullet\overrightarrow{n_{(Q)}}=0$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4) أ. تبيان أن $d(m)=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$:<br>$d(m)=\dfrac{\lvert(m-1)(1)+2(-2)-0-m\rvert}{\sqrt{(m-1)^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{m^2-2m+6}}$</td><td>0.25</td><td>01</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| - تعيين قيمة $m$ حتى تكون $d(m)$ أعظمية:<br>$d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ ( تقبل أي إجابة صحيحة).<br>ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$ | 0.25<br>0.25 | |
| **ب.** استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن $A$ المسقط العمودي لـ $B$ على $(P_m)$: من أجل $m=1$. $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A\in(p_m) \text{ و} \end{cases}$ ومنه $A$ المسقط العمودي لـ $B$ | 0.25 | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | |
| **1)** - حل المعادلة في $\mathbb{C}$: $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ......① <br>① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i \quad ; \quad z_2=\overline{z_1} \\ z_3=1+i\sqrt{2} \quad ; \quad z_4=\overline{z_3} \end{cases}$ | 6×0.25 | **1.50** |
| **2)** **أ.** حساب $\lvert z_A-1\rvert$ ، $\lvert z_C-1\rvert$ و $\lvert z_D-z_E\rvert$.<br>$\lvert z_A-1\rvert=\sqrt{2}$ ، $\lvert z_C-1\rvert=\sqrt{2}$ و $\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$ | 0.75 | **1.50** |
| - استنتاج أن النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة.<br>لدينا: $\lvert z_A-z_E\rvert=\lvert z_C-z_E\rvert=\lvert z_D-z_E\rvert=\sqrt{2}$<br>و بما أن $B$ نظيرة $C$ بالنسبة إلى محور الفواصل فإن:<br>$AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $E$ و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$. | 0.25<br>0.25 | |
| **ب.** تبيان أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$.<br>$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$ | 0.25 | |
| - الاستنتاج :<br>$z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$<br>ومنه $B$ صورة $A$ بدوران مركزه $E$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$. | 0.5 | **0.75** |
| - طبيعة المثلث $ABE$: في المثلث $ABE$ لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overrightarrow{EA};\overrightarrow{EB})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi] \end{cases}$<br>ومنه المثلث $ABE$ متساوي الساقين رأسه $E$. ( تقبل أي طريقة صحيحة) | 0.25 | |

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="2">0.75</td><td>2×0.25</td><td>3) - تعيين $z_{\overrightarrow{BD}}$ و $z_{\overrightarrow{AE}}$ :<br>$z_{\overrightarrow{BD}}=-2i$ و $z_{\overrightarrow{AE}}=-i\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$ .<br>لدينا: $\frac{z_{\overrightarrow{AE}}}{z_{\overrightarrow{BD}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in\mathbb{R}$ ومنه: $\begin{cases}(AE)//(BD)\\ AE\neq BD\end{cases}$<br>ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.5</td><td>0.25</td><td>أ. تبيان أنه $\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ يكافئ $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$<br>$\overrightarrow{w_1}\perp\overrightarrow{w_2}$ معناه $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$<br>لدينا: $z_1\overline{z_2}=-\overline{z_1}z_2$ معناه $\frac{z_1}{z_2}=-\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=-\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ ، مع $z_2\neq 0$<br>أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف<br>أي $\frac{z_1}{z_2}=\alpha i$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، أي $\left(\overrightarrow{w_2};\overrightarrow{w_1}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.<br>( تقبل أي طريقة أخرى صحيحة)<br>ملاحظة : إذا كان $\overrightarrow{w_1}=\vec{0}$ أو $\overrightarrow{w_2}=\vec{0}$ فإن التكافؤ صحيح</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$.<br>$(z-z_A)(\overline{z}-z_D)+(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=0$<br>معناه $(z-z_A)\overline{(z-z_B)}+(z-z_B)\overline{(z-z_A)}=0$<br>أي: $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{BM}=0$<br>ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0.5</td><td>0.25</td><td>1) البرهان أنه من أجل كل $x>1$ فإن $1-x-2x\ln x<0$:<br>* من أجل $x>1$ : $\begin{cases}1-x<0\\ -2x\ln x<0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x<0$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>– البرهان أنه من أجل كل $0<x<1$ فإن $1-x-2x\ln x>0$:<br>* من أجل $0<x<1$: $\begin{cases}1-x>0\\ -2x\ln x>0\end{cases}$ ومنه: $1-x-2x\ln x>0$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">01</td><td>0.25</td><td>2) أ) إثبات أن $f$ قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين:<br>$\lim_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=1=f_d'(0)$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>كتابة معادلة نصف المماس $(\Delta)$ عند $O(0;0)$:<br>$(\Delta):y=x$</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
| --- | --- | --- |
| **ب)** دراسة الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$: $f(x)-x=-x^2\ln x$<br>• $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ في المجال $]0;1[$.<br>• $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ في المجال $]1;+\infty[$.<br>• $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في نقطتين $N(1;1)$ و $O(0;0)$. | 0.5 | |
| **3) أ.** حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{1}{x}-\ln x\right)\right]=-\infty$ | 0.25 | **1.50** |
| **ب.** دراسة اتجاه تغير $f$ على المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=1-x-2x\ln x$<br>• $f$ متناقصة تماما على المجال $[0;1]$.<br>• $f$ متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$. | 2×0.5 | |
| • جدول التغيرات. | 0.25 | |
| **4) أ.** كتابة معادلة المماس $(T)$ لـ $(C_f)$ الموازي لـ $(\Delta)$:<br>$f'(x_0)=1$ ومنه: $x_0=\frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y=x+\frac{1}{2}e^{-1}$. | 3×0.25 | **03** |
| **ب.** البرهان أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]1;+\infty[$:<br>$f$ مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\times f(1)<0$<br>ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha\in]1;+\infty[$. | 0.5 | |
| • التحقق أن $\alpha\in]1,76;1,77[$:<br>$f(1,76)\times f(1,77)=(0,008)(-0,018)<0$ ومنه: $\alpha\in]1,76;1,77[$. | 0.25 | |
| **جـ.** كتابة معادلة المستقيم $(d)$ الموازي لـ$(\Delta)$ و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$:<br>$(d): y=x-\alpha$ | 0.25 | |
| • رسم $(\Delta)$، $(d)$، $(T)$ و $(C_f)$ على المجال $[0;\alpha]$:<br><br> | 3×0.25<br>0.5 | |

| عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **5)** المناقشة الوسيطية لعدد حلول المعادلة في المجال $[0;\alpha]$: <br> $x^2\ln x+m=0$ تكافئ $f(x)=x+m$ و $x\neq 0$ <br> • $m\in]-\infty;-\alpha[\cup\left]\frac{1}{2}e^{-1};+\infty\right[$ ، ليس للمعادلة حل. <br> • $m\in[-\alpha;0]$ ، حل وحيد. <br> • $m\in\left]0;\frac{1}{2}e^{-1}\right[$ ، حلان متمايزان. <br> • $m=\frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف. | 0.25 <br> 0.25 | **0.50** |
| **6)** - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة: <br> $A(\lambda)=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda$ | 0.25 | **0.50** |
| - حساب $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)$ : <br> $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\lambda^3+\frac{1}{3}\lambda^3\ln\lambda\right)=\frac{1}{9}$ <br> - التفسير الهندسي: <br> $\lim\limits_{\lambda\xrightarrow{>}0}A(\lambda)=\frac{1}{9}(u.a)=1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$. | 0.25 | |

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>4</td><td>4×0.25<br>3×0.5<br>0.5<br>3×0.25<br><br>0.25</td><td>التمرين الأول:(04 نقاط)<br>1) إكمال الشجرة<br>2) حساب $p(A)$، $p(B)$ و $p(C)$<br>3) أ) قيم $X$ هي 0، 1 و2 .<br>ب)توزيع قانون الاحتمال<br>
<table>
<tr><td>$X=x_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{12}{105}$</td><td>$\frac{62}{105}$</td><td>$\frac{31}{105}$</td></tr>
</table>
الأمل الرياضياتي : $E(X)=\frac{124}{105}$</td></tr>
<tr><td>02</td><td>01<br>01</td><td>التمرين الثاني:(04 نقاط)<br>1) أ) التحقق<br>ب) استنتاج كتابة $u_n=(n-1)^2$</td></tr>
<tr><td>01</td><td>01</td><td>2)التحقق من أن: $u_n=n(n-2)+1$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.5</td><td>3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2\in\{-3;-1;1;3\}$ وقيم $n$ المطلوبة هي:1، 3، 5.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>0.25<br>0.25</td><td>4) أ) لدينا: $u_n-n(n-2)=1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة.<br>ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$<br>قيم $n$ المطلوبة هي:1، 5.</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.5<br>0.5</td><td>التمرين الثالث:(05 نقاط)<br>1) أ) $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$<br>تبرير الاستنتاج: إذا كان $z$ حلا فإن $\overline{z}$ هو حل كذلك</td></tr>
<tr><td>1.75</td><td>0.75<br>1</td><td>ب) $P(z)=(z^2+\alpha)(az^2+bz+c)$ أي $(P(\alpha i)=0)$ + التحليل<br>حلول المعادلة هي: $2i$، $3-4i$، $-2i$، $3+4i$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>0.5x2<br>0.25<br>0.25<br>2x0.25</td><td>2) أ) حساب $z_I=1$ و $z_J=-3+8i$<br>ب) برهان التكافؤ<br>تعيين $(E)$و إنشاؤها<br>ج) التحقق أن $D\in(\Gamma)$ و تعيين $(\Gamma)$ و إنشاؤها</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>0.25</td><td>3) الشكل الجبري للاحقة النقطة $G$</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الرابع:(07 نقاط)**<br>I) **1)** المنحنيات $(C_k)$ تمر من النقطتين $(-1;0)$ و $(0;1)$ (تقبل كل الطرائق السليمة) | 2x0.5 | **01** |
| **2)** $k<0$ : $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=0$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$<br>$k=0$ : $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=+\infty$<br>$k>0$ : $\lim_{x\to-\infty} f_k(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f_k(x)=0$ | 0.5<br>0.5<br>0.5 | **01.50** |
| **3)** أ) حساب $f_k'(x)$<br>$f_k'(x)=(x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$<br>الحالة1: $k=0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير<br>مقارنة العددين $-1$ و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k\neq 0$<br>الحالة2: $k>0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير<br>الحالة3: $k<0$ إشارة $f_k'(x)$ + اتجاه التغير | 0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25 | **1.50** |
| **ب)** جدول التغيرات لما $k>0$ | 0.25 | **0.25** |
| **4)** حساب $f_{k+1}(x)-f_k(x)$ (وضعية المنحنيين)<br>إشارة $f_{k+1}(x)-f_k(x)$ :<br>$x$ : $-\infty$ ... $-1$ ... $0$ ... $+\infty$<br>$f_{k+1}(x)-f_k(x)$ : + 0 + 0 −<br>تحديد الوضعية | 0.25 | **0.25** |
| II) **1)** جدول تغيرات الدالة $f$<br>ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي (0.5+0.25+0.25 )<br>رسم المنحنى $(C_f)$ | 01<br>0.5 | **1.50** |
| **2)** أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات<br>تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر $\alpha$<br>**ب)** $f(x)=f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m\in\left[-\frac{3}{2};\alpha\right[$ | 0.25<br>0.25 | **0.50** |

| | | |
|---|---|---|
| **3)** أ) التحقق $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$<br>استنتاج الدالة الأصلية: $x \mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$<br>ب) $A=\int_{-1}^{0} f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A=\left(\frac{e^2-5}{4}\right)u.a$ | 0.25<br>0.25 | **0.5** |