وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2018

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثّل الجدول التّالي تطور النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i\%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

1) مثل سحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$ في معلم متعامد (نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 5% على محور التراتيب).

2) احسب $\left(\bar{X};\bar{Y}\right)$ إحداثيي G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$.

3) لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $\left(x_i;y_i\right)$.

بيّن أنّ $a=4,41$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثمّ احسب قيمة b.

4) باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداء من أي سنة تتجاوز نسبة النجاح 80% ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أُجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما، فكانت النتائج كما يلي:

70% من التلاميذ إناث، منهنّ 50% لا يمارسن هذه الرياضة.

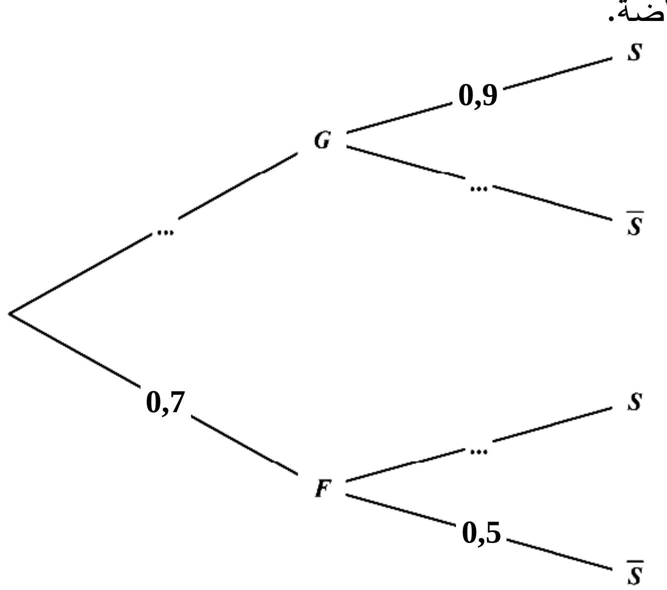
90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.

نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G: التلميذ المختار ذكر.

F: التلميذ المختار أنثى.

S: التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.



1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها.

2) احسب الاحتمالات الآتية:

$P(S)$ ، $P\left(G\cap\bar{S}\right)$ ، $P_{\bar{S}}\left(F\right)$ و $P_S(G)$.

3) هل الحادثتان G و $\bar{S}$ مستقلتان ؟ برّر إجابتك.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$u_0 = 50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$ و $v_n = u_n - 20$

1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $0,7$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

2) أ. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

ب. عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين في سنة $2016+n$ أي $u_0 = 50$

1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017؟ ثم في سنة 2018 ؟

2) أ. برّر العبارة $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب. ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$.

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسّر النتيجتين بيانيا.

2) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x) = \dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' مشتقة الدالة f) .

3) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ وشكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

5) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ،

ثم فسّر النتيجة بيانيا.

6) ارسم المنحنى (C_f).

7) لتكن الدالة العددية F المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x\ln 16$.

بيّن أنّ F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$.

8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 4$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثّل تطوّر عدد المتقاعدين من سنة 2009 إلى سنة 2014 بالجزائر. (الديوان الوطني للإحصائيات).

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المتقاعدين y_i (بالملايين)	2,17	2,19	2,32	2,48	2,63	2,77

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$ في معلم متعامد. (نأخذ كوحدة بيانية: $2cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $2cm$ لكل مليون متقاعد على محور التراتيب).

2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G ثم علّمها.

3) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا.

4) نفرض أن تطوّر عدد المتقاعدين يبقى على هذه الوتيرة في السنوات الموالية.

أ. قدّر عدد المتقاعدين في الجزائر في سنة 2020.

ب. ابتداء من أيّ سنة يتعدّى عدد المتقاعدين في الجزائر 4 ملايين متقاعد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تضُم مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين

رجالا يرمز لهم بـ H و نساء يرمز لهن بـ F .

منهم الإداريون "A" ، المهندسون "I" و العمال "T" .

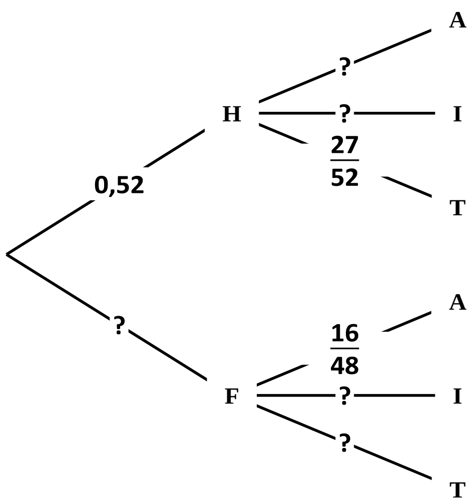
موزعين حسب الجدول المقابل:

	الإداريون A	المهندسون I	العمال T
الرجال	12%	13%	27%
النساء	16%	12%	20%

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري. نختار عشوائيا موظفا.

1) **أ.** بيّن أنّ احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H)=0,52$

ب. انقل ثمّ أتمم الشجرة .



2) احسب $P(H\cap T)$ و $P(F\cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنّه إداري؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $2u_{n+1}=u_n+6$

1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<6$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-6$.

أ. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدّها الأول v_0 .

ب. اكتب v_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) احسب بدلالة n ما يلي: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+(1-x)e^{-x+1}$.

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$: $g(x)>0$. (لا يطلب حساب النهايات)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+xe^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. ثمّ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحني (C_f).

ب. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=4$ تقبل حلّا وحيدا α حيث: $3{,}75<\alpha<3{,}77$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم ارسم (T) ، (Δ) و (C_f).

5) نعتبر الدالة العددية F المعرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي: $F(x)=\frac{1}{2}x^2-(x+1)e^{-x+1}$.

أ. بيّن أنّ الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

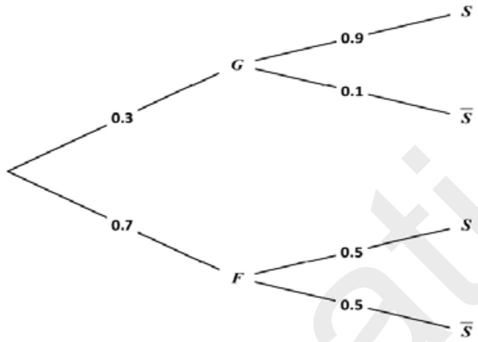
ب. أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x)dx$، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد.

6) تنمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كميّة q (مقدرة بآلاف الوحدات) حيث $0\le q\le 7$ بالدالة f المعرّفة سابقا أي: $C_m(q)=f(q)$ حيث: $q\in[0;7]$. (الكلفة الهامشية مقدّرة بملايين الدنانير)

أ. ما هي كمية المنتوج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار ؟

ب. نذكّر أنّ دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. احسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
التمرين الأول : (04 نقاط)		
1) تمثيل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$	1.25	1.25
2) إحداثيي النقطة المتوسطة G : $(4;56.90)$	1.25	1.25
3) بيان أن: $a=4.41$	01	1.25
استنتاج قيمة b : $b=39.26$	0.25	0.25
4) السنة التي تتجاوز فيها نسبة النجاح 80% هي: 2020	0.25	
التمرين الثاني : (04 نقاط)		
1) إكمال الشجرة: .... 	0.5×3	1.5
2) حساب الاحتمالات: $P(s)=0.62$ ، $P(G\cap\overline{S})=0.03$	0.75×2	
$P_{\overline{S}}(F)=\dfrac{35}{38}\approx 0.92$	0.5	02.25
$P_S(G)=\dfrac{27}{62}\approx 0.44$	0.25	0.25
3) الحادثتان G و $\overline{S}$ غير مستقلتين لأن: $P(G\cap\overline{S})\neq P(G)\times P(\overline{S})$	0.25	
التمرين الثالث : (04 نقاط)		
I)		
1) إثبات أن (V_n) متتالية هندسية اساسها $q=0.7$	0.5	1.5
و حدها الأول $V_0=30$	0.5	
و عبارة حدها العام $V_n=30\times(0.7)^n$.	0.5	
2) أ- $U_n=30\times(0.7)^n+20$	0.25	0.75
ب- إتجاه تغير (U_n) : $U_{n+1}-U_n=-9\times(0.7)^n<0$ متناقصة تماما .	0.25	
و حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=20$	0.25	

II) 1) عدد المشتركين في سنة 2017 هو 4100 لأن : $U_1 = 50 - 0.3\times 50 + 6 = 41$ و عدد المشتركين في سنة 2018 هو 3470 لأن $U_2 = 41 - 0.3\times 41 + 6 = 34.7$	0.5 0.5	01
2) أ- U_{n+1} هو عدد المشتركين في سنة $2016+(n+1)$ و U_n هو عدد المشتركين في سنة $2016+n$ فإن $U_{n+1} = U_n - 0.3\times U_n + 6 = 0.7\times U_n + 6$ ب - عدد المشتركين أقل من 2400 أي $U_n = 30\times(0.7)^n + 20 < 24$ أي $(0.7)^n < \dfrac{2}{15}$ أي $n > \dfrac{\ln\left(\dfrac{2}{15}\right)}{\ln(0.7)}$ إذن $n=6$ أي سنة 2022	0.5 0.25	0.75
<u>التمرين الرابع:</u> (08 نقاط) 1) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 8 \\ <}} f(x) = -\infty$. ـ المستقيمان اللذان معادلتاهما : $x=-2$ و $x=8$ على الترتيب هما مستقيمان مقاربان عموديان.	0.75×2 1	2.5
2) إثبات أنّ من أجل كل x من $]-2;8[$ ، $f'(x) = \dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$.	0.5×2	1
3) إشارة $f'(x)$: ـ جدول التغيّرات	0.5×2 0.75	1.75
4) $f(0)=0$ إذن $(C_f)\cap(y'y) = \{O(0;0)\}$. $f(x)=0$ معناه $x=0$ أو $x=6$ و منه $(C_f)\cap(x'x) = \{O(0;0);A(6;0)\}$.	0.75	0.75
5)) من أجل كل x من $]-2;8[$ فإنّ $(6-x)\in]-2;8[$ ، أي : $f(6-x) = \ln(6-x+2) + \ln(x-6+8) - \ln 16$ $f(6-x) = f(x)$ و منه المستقيم ذو المعادلة $x=3$ هو محور تناظر للمنحني (C_f).	0.25 0.25	0.5
6) إنشاء المنحني (C_f).	0.5	0.5

7) من أجل كل x من $]-2;8[$ ، $F'(x)=f(x)$. إذن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-2;8[$.	0.5	0.5
8) $A=\int_0^4 f(x)dx \times \left(2\times 2cm^2\right)=\left[F(x)\right]_0^4 \times \left(2\times 2cm^2\right)$ و منه $A=4\left[6\ln 6-2\ln 2-8\right]cm^2$	0.5	0.5

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) تمثيل السحابة	1	01
2) $\overline{x}=\frac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5$ و $\overline{y}=\frac{2.17+2.19+2.32+2.48+2.63+2.77}{6}=2.43$ ثم تعليم النقطة المتوسطة $G(3.5;2.43)$ **تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .**	0.5 0.5	01
3) مستقيم الانحدار بمربعات الدنيا هو $y=0.128x+1.982$ لأن : $a=\frac{\sum_1^6(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_1^6(x_i-\overline{x})^2}=\frac{2.24}{17.5}\approx 0.128$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}=2.43-0.128\times 3.5=1.982$ **تقبل النتائج القريبة جدا من هذه النتائج .**	0.5×2	01
4) أ- سنة 2020 تقابلها الرتبة $x_i=12$ منه عدد المتقاعدين هو $y=0.128\times 12+1.982$ منه 3.518 مليون متقاعد في سنة 2020 . ب- $0.128x+1.982>4$ منه $x=16$ اي سنة 2024	0.5 0.5	01
التمرين الثاني (04 نقاط)		
1) أ - $P(H)=0.12+0.13+0.27=0.52$ ب- إتمام الشجرة : $P(F)=0.16+0.12+0.20=0.48$ ، $P_H(A)=\frac{3}{13}$ ، $P_H(I)=\frac{1}{4}$ و $P_H(T)=\frac{27}{52}$ $P_F(A)=\frac{1}{3}$ ، $P_F(I)=\frac{1}{4}$ و $P_F(T)=\frac{5}{12}$	0.25 0.75	01
2) $P(H\cap T)=0.52\times\frac{27}{52}=0.27$ ، $P(F\cap I)=0.48\times\frac{1}{4}=0.12$	0.5×2	01

01	1	3) $P(I)=P(I\cap H)+P(I\cap F)=0.52\times\frac{1}{4}+0.48\times\frac{1}{4}=0.25$
01	1	4) $P_A(H)=\frac{P(H\cap A)}{P(A)}=\frac{0.52\times\frac{3}{13}}{0.52\times\frac{3}{13}+0.48\times\frac{1}{3}}=\frac{3}{7}\approx 0.43$
1.5	1 0.25 0.25	**التمرين الثالث** : (04 نقاط) 1) أ) البرهان بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<6$ .... ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) .... استنتاج أن (u_n) متقاربة ....
1.5	0.5 0.25 0.5 0.25	2) أ) بيان أن (v_n) متتالية هندسية : $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ .... $v_0=-7$ .... ب) كتابة v_n بدلالة n : $v_n=-7\left(\frac{1}{2}\right)^n$ .... $\lim_{n\to+\infty}u_n=6$ ....
01	0.75 0.25	3) حساب S_n و P_n : $S_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n+6n-8$ .... $P_n=(-7)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ ....
		التمرين الرابع (08 نقاط)
0.75	0.25 0.25 0.25	(I 1) من أجل $x\in[0;+\infty[$ فإن : $g'(x)=(x-2)e^{-x+1}$ ـ لدينا من أجل $x\in[0;2]$ فإن g دالة متناقصة تماما. من أجل $x\in[2;+\infty[$ فإن g دالة متزايدة تماما. ـ بما أن $g(2)=1-\frac{1}{e}>0$ قيمة حدية صغرى للدالة g إذن $g(x)>0$

2	0.5 0.5×2 0.5	II) 1) أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}e=0$ إذن المستقيم (Δ) مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ب- $f(x)-x=xe^{-x+1}$ إذن من أجل $x\in[0;+\infty[$ فإن (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)
01	0.5 0.5	2) تبيان أن من أجل $x\in[0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ جدول التغيرات
0.75	0.75	3) f دالة مستمرة و رتيبة على المجال $[3.75;3.77]$ و $f(3.75)\approx 3.98$ ، $f(3.77)\approx 4.01$
1.75	1 0.25×3	4) معادلة المماس $(T): y=x+1$ رسم المماس ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)
1	0.25 0.5 0.25	5) أ- إثبات أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ب- $\int_1^4 f(x)dx=[F(x)]_1^4=\frac{19}{2}-5e^{-3}$ تفسير الهندسي للعدد $\int_1^4 f(x)dx$ هو مساحة الحيز المستو المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $x=1, x=4$ و $y=0$
0.75	0.5 0.25	6) أ- لدينا $f(x)<4$ معناه $x\in[0;\alpha[$ إذن $C_m(q)<4$ معناه $q\in[0;\alpha[$ ب- القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية ما بين 1 وحدة و 4 وحدات . $\mu=\frac{1}{4-1}\int_1^4 f(x)dx=\frac{19}{6}-\frac{5e^{-3}}{3}$