الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **دورة: 2019**
الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = -4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$.

1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2.

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < 8$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $v_n = u_n - \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$.

ب) عيّن قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

جـ) نضع $\alpha = 8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$.

4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر؟

4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثّل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
x_i رتبة السنة	1	2	3	4	5	6
y_i الواردات	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.
(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب) .

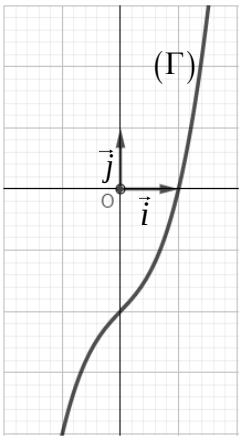
2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثّم علّمها.

3) بيّن أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y = 3,96x + 34,09$
ثّم مثل (Δ). (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 + x - 2$ و (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x) = x - \dfrac{x-1}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.
– استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.3\,;-1.4[$.

5) ارسم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:
$y = x$ ، $x = 1$ و $x = 3$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : (E)..... $\left(4x^2+3x-1\right)\left(x^2-5x+6\right)=0$.

2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$.

-حدد قيمة α.

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا " .

B : "سحب كرية تحمل الرقم 4 " .

C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .

D : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$\left(u_n\right)$ المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $\begin{cases} u_2+2u_5=27 \\ u_1=\frac{9}{2} \end{cases}$.

1) احسب حدها الاول u_0 واساسها r .

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) بيّن أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .

حيث $S_1=u_1+u_2+u_3+.....+u_{1344}$ و $S_2=u_2+u_4+u_6+.....+u_{1344}$.

- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3=u_1+u_3+u_5+.....+u_{1343}$.

4) $\left(v_n\right)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n=e^{6-2u_n}$.

- احسب المجموع $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+.....+\frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i\,;y_i)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السّحابة.

3) بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102\,x + 320{,}33$ ومثّله بيانيا.

4) باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :

أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023؟

ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g(x)=2x+6-e^{2x+1}$.

1) أ) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;0]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3<\alpha<-2.9$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty\,;0]$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty\,;0]$ كما يلي : $f(x)=-2x^2-12x+e^{2x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور التراتيب $0.5cm$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\,;0]$: $f'(x)=-2g(x)$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

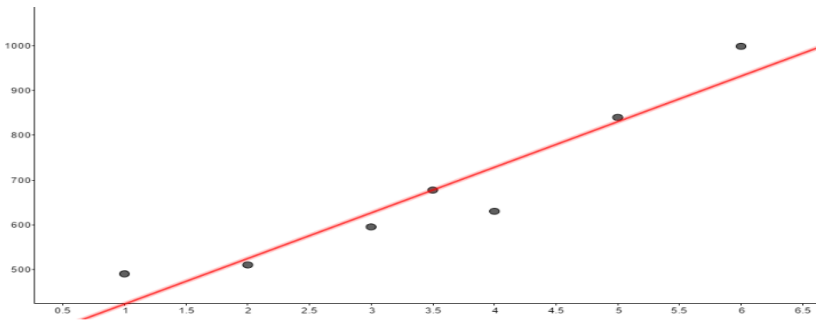
4) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-2\alpha(\alpha+5)+6$ وأعطِ حصرًا للعدد $f(\alpha)$ ، ثم ارسم (C_f) على المجال $[-4;0]$.

5) احسب بدلالة α التكامل : $\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{0} f(x)\,dx$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الاول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ) $u_1=-1$ و $u_2=\frac{5}{4}$	0.5×2	**01.5**
ب) البرهان بالتراجع على أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<8$	0.5	
2) المتتالية (u_n) متزايدة تماما	0.25	**0.5**
استنتاج أنها متقاربة	0.25	
3) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$	0.25	**1.75**
ب) قيمة العدد α هي $\alpha=8$	0.25	
الحد الأول $v_0=-12$	0.25	
جـ) $v_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، التحقق أن: $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$	2×0.5	
4) المجموع : $S_n=36\left[\left(\frac{3}{4}\right)^n-1\right]+8n$	0.25	**0.25**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
عدد الحالات الممكنة.....	01	**04**
احتمال الحصول على رقمين زوجيين $P_1=\frac{9}{36}=0.25$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين جداءهما يساوي 6 $p_2=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين احدهما ضعف الاخر $p_3=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	0.75	
احتمال الحصول على رقمين زوجيين احدهما هو 2 $p_4=\frac{5}{36}$	0.75	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) تمثيل سحابة النقط	01	**05**
2) إحداثيتي النقطة: $G(3,5\,;\,47,95)$	01	
تمثيل G	0.75	
3) معادلة (Δ) هي : $y=3,96x+34,09$	1.25	
تمثيل (Δ)	0.5	
4) $x=11$ إذن ابتداء من السنة 2019 تفوق الواردات 77 مليار دولار	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I $g(1)=0$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ $\begin{array}{\|c\|ccc\|}\hline x & -\infty & 1 & +\infty \\ \hline g(x) & - & 0 & + \\ \hline \end{array}$	0.5 0.5	**01**
II **1)** أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. ب) $\lim\limits_{x\to0} f(x)=+\infty$ ، (yy') مقارب لـ (C_f).	0.5×2 2×0.25	**01.5**
2) $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ – اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0;1]$ و $[1;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ جدول تغيرات: $\begin{array}{\|c\|ccccc\|}\hline x & -\infty & & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \parallel & - & 0 & + & \\ \hline f & -\infty & \nearrow & +\infty \parallel +\infty & \searrow & 1 & \nearrow & +\infty \\ \hline \end{array}$	0.5 0.5 0.5	**01.50**
3) أ) $(\Delta): y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$ ب) الوضع النسبي: لما $x\in]-\infty;0[$ ، (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]0;1[$ (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]1;+\infty[$ (C_f) يقع تحت (Δ). لما $x=1$ $(C_f)\cap(\Delta)=\{(1;1)\}$	0.25 0.25	**0.5**
4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α	0.75	**0.75**
5) رسم (Δ) و (C_f)	01	**01**
6) حساب المساحة $A=\int_1^3\left(x-f(x)\right)dx=\left[\frac{1}{x}+\ln x\right]_1^3=\left(\ln3-\frac{2}{3}\right)u.a$	0.75	**0.75**

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مج
التمرين الأول:(04 نقاط)		
1) حل المعادلة (E) . مجموعة الحلول $S=\left\{-1,\frac{1}{4},2,3\right\}$	0.25×4	**04**
2) قيمة α هي $\alpha=\frac{1}{4}$	0.5+0.5	
3) $p(A)=\frac{7}{16}$ ، $p(B)=\frac{1}{2}$ ، $p(C)=\frac{1}{2}$ ، $p(D)=\frac{5}{16}$	4×0.5	
التمرين الثاني: (4 نقاط)		
1)حدها الاول $u_0=3$ واساسها $r=\frac{3}{2}$	1×2	**04**
2)عبارة الحد العام $u_n=3+\frac{3}{2}n$	0.5	
3)العدد 2019 هو حد من حدود هذه المتتالية و رتبته 1345 ودليله 1344	0.5	
المجموعين $S_1=1359795$ و $S_2=680403$	2×0.25	
-استنتاج المجموع $S_3=S_1-S_2=679392$	0.25	
4) $v_n=e^{6-2u_n}=e^{-3n}$ إذن $S_n=\frac{1-e^{3(n+1)}}{1-e^3}$	0.25	
التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1) سحابة النقط $M(x_i\ ;\ y_i)$	01	03
2) إحداثيتي النقطة المتوسطة $G(3{,}5\ ;\ 677{,}33)$	01	
3) معادلة مستقيم الانحدار هي : $y=102\,x+320{,}33$ و تمثيله.....	01	
تمثيل المستقيم 	01	**02**
4) ا) كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023 : الرتبة $x=11$ ، الكمية $y=1442{,}33$	0.5	
ب) في السنة التي رتبتها 17 أي سنة 2029	0.5	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مج
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
(I		07
1) أ)حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$	01	
ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات	01	
2) أ) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-3 < \alpha < -2.9$	0.75	
ب) استنتاج إشارة $g(x)$	0.5	
(II 1) $f'(x) = -2g(x)$	0.5	
2)اتجاه تغير الدالة f	0.5	
3) حساب النهاية+جدول التغيرات.....	0.25+0.5	
4) $f(\alpha) = -2\alpha(\alpha+5)+6$	0.25	
حصر $f(\alpha)$: $17.6 < f(\alpha) < 18.6$	0.25	
رسم المنحنى	0.5	
5) التكامل : $\int_{\alpha}^{0} \frac{1}{2} f(x)dx = \frac{1}{4}e + \frac{1}{3}\alpha^3 + 3\alpha^2 - \frac{1}{4}e^{2\alpha+1}$	0.5	
التفسير البياني : مساحة الحيّز المحدد بمنحنى الدالة والمستقيمات المعرفة بالمعادلات التالية : $x = 0$; $y = 0$ و $x = \alpha$.....	0.5	